

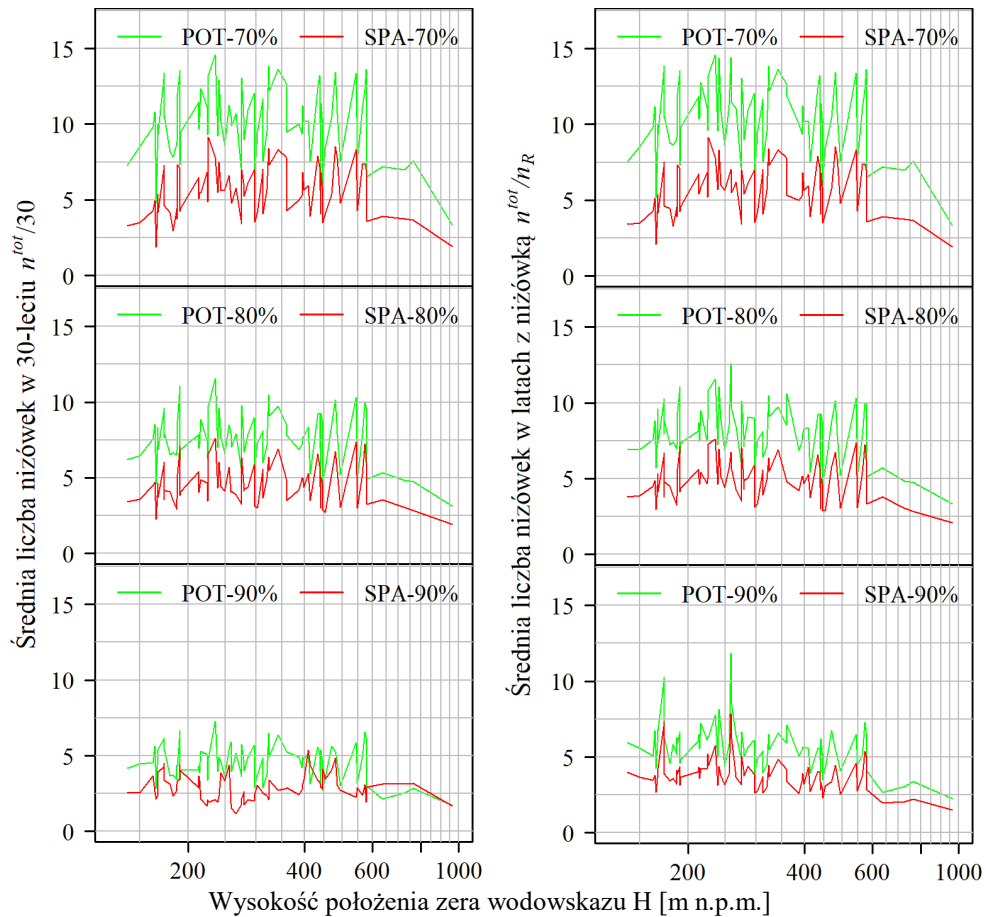
Rys. 3.13. Całkowita liczba  $n^{tot}$  niżówek POT i SPA w wieloletniu 1984-2013 dla wszystkich przekrojów wodowskazowych.

Fig. 3.13. The total number of POT and SPA droughts in the multi-year period 1984-2013 for all gauging cross-sections.

Średnia liczba niżówek na rok zależy od sposobu liczenia lat w 30-leciu: albo wszystkie 30 albo tylko  $n_R$  lat z niżówkami ( $n_R \leq 30$ ). Różnice pomiędzy tymi sposobami są szczególnie widoczne dla niżówek POT/SPA-90%: dla nich liczba lat z niżówkami jest wyraźnie niższa od 30 (rys. 3.14).

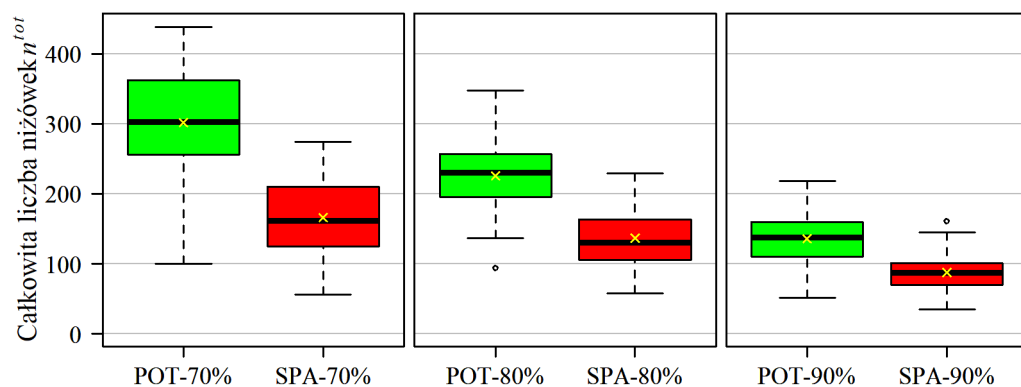
Liczba  $n^{tot}/n_R$  niżówek POT przekracza liczbę  $n^{tot}/n_R$  niżówek SPA niemal dwukrotnie: odpowiednie średnie po wszystkich wodowskazach wartości tych liczb wynoszą 10,0 i 5,4 dla niżówek przy  $Q_{70\%}$ , 7,7 i 4,7 dla niżówek przy  $Q_{80\%}$  oraz 5,4 i 3,6 dla niżówek przy  $Q_{90\%}$ .

Średnia po wszystkich wodowskazach liczba  $n^{tot}$  niżówek POT przyjmuje wartości od 135,6 (dla  $Q_{90\%}$ ), przez 225,6 ( $Q_{80\%}$ ), do 301,8 ( $Q_{70\%}$ ), a niżówek SPA – odpowiednio 87,8, 136,7 i 165,9 (rys. 3.15). We wszystkich przypadkach całkowita liczba niżówek POT jest większa niż niżówek SPA (rys. 3.16). Najwięcej niżówek POT-70% zanotowano na Sanie w przekroju Dynów (438), a SPA-70% – na Sole w przekroju Oświęcim (274). Najmniej niżówek, niezależnie od metody wyznaczania i przyjętego  $Q_g$ , zaobserwowano w najwyższym położonym przekroju Łysa Polana na Białce (POT-70% – 100, POT-80% – 94, POT-90% – 52, SPA-70% – 57, SPA-80% – 58, SPA-90% – 35 (zob. położenie ostatniego punktu wszystkich wykresów na rys. 3.14).



Rys. 3.14. Średnia liczba niżówek na każdy rok 30-letniego wielolecia  $n^{tot}/30$  (lewy panel) i na każdy rok niżówkowy  $n^{tot}/n_R$  (prawy panel), w przekrojach wodowskazowych uporządkowanych według wysokości zera wodowszazu.

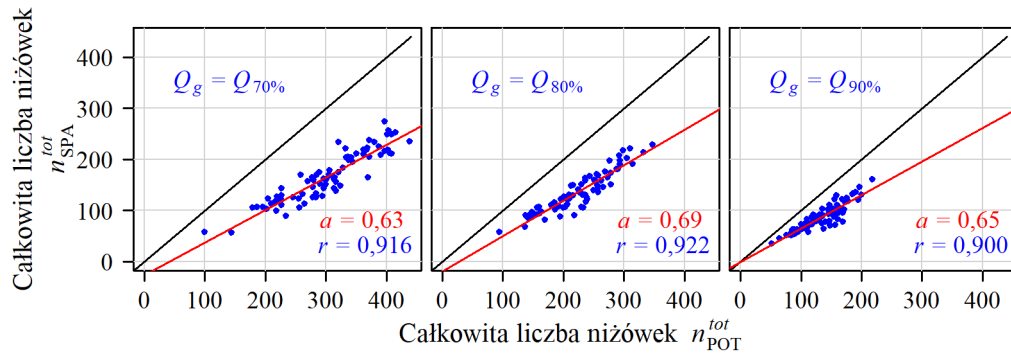
Fig. 3.14. Average number of droughts for each year of the 30-year  $n^{tot}/30$  (left panel) and for each year with drought  $n_{tot}/n_R$  (right panel), in gauging cross-sections arranged according of the gauging station elevation.



Rys. 3.15. Rozkład całkowitej liczby  $n^{tot}$  niżówek POT i SPA, dla trzech wartości  $Q_g$ , w okresie 1984-2013, w 78 przekrojach.

Fig. 3.15. Distribution of total number  $n^{tot}$  of POT and SPA droughts, for three  $Q_g$  values, in the period 1984-2013, in 78 cross-sections.

Wielkości  $n^{tot}$  niżówek POT i SPA są silnie skorelowane (rys. 3.16). Siła korelacji i wielkość nachylenia prostych regresji dla różnych przepływów granicznych są bardzo zbliżone i wynoszą około 0,6-0,7.



Rys. 3.16. Porównanie całkowitej liczby  $n^{tot}$  niżówek POT i SPA, w okresie 1984-2013, dla trzech wartości  $Q_g$ , w 78 przekrojach. Symbolami  $a$  i  $r$  oznaczono odpowiednio współczynnik kierunkowy prostej regresji oraz współczynnik korelacji zmiennych.

Fig. 3.16. Comparison of total number  $n^{tot}$  of POT and SPA droughts, in the period 1984-2013, for three  $Q_g$  values, in 78 cross-sections. The symbols  $a$  and  $r$  denote respectively slope coefficient of the regression line and correlation coefficient of the variables.

Podstawowymi charakterystykami niżówki są czas jej trwania i objętość. Rys. 3.17 przedstawia średni w wieloleciu czas trwania  $\bar{T}^{w,tot}$  oraz objętość niżówek SPA i POT  $\bar{V}^{w,tot}$  w funkcji wysokości  $H$  przekroju  $w$ . Wielkości te były obliczane za pomocą następujących wzorów:

$$\bar{T}^{w,tot} = \frac{1}{n^{w,tot}} \sum_{i=1}^{n^{w,tot}} T_i^w, \quad w = 1, 2, \dots, n_{wod} \quad (3.3)$$

$$\bar{V}^{w,tot} = \frac{1}{n^{w,tot}} \sum_{i=1}^{n^{w,tot}} V_i^w, \quad w = 1, 2, \dots, n_{wod} \quad (3.4)$$

gdzie:

$n_{wod}$  – liczba przekrojów wodowskazowych  $w$ ,

$n^{w,tot}$  – liczba niżówek w przekroju  $w$ ,

$T_i^w$  – czas trwania  $i$ -tej niżówki w przekroju  $w$  [doba],

$V_i^w$  – objętość  $i$ -tej niżówki w przekroju  $w$  [doba].

Określone zostały także średnie obszarowe tych charakterystyk zdefiniowane jako:

$$\bar{\bar{T}}^{tot} = \frac{1}{n_{tot}} \sum_{w=1}^{n_{tot}} \bar{T}^{w,tot} \quad (3.5)$$

$$\bar{\bar{V}}^{tot} = \frac{1}{n_{tot}} \sum_{w=1}^{n_{tot}} \bar{V}^{w,tot} \quad (3.6)$$

Zmienność średniego czasu  $\bar{T}^{tot}$  trwania niżówek POT i SPA na badanym obszarze przedstawiona jest na rys. 3.17. Zakres zmienności  $\bar{T}^{tot}$  niżówek POT praktycznie nie zależy od wartości przepływu granicznego; inaczej niż ma to miejsce dla niżówek SPA, dla których widać wyraźnie zmniejszanie się tego zakresu ze zmniejszaniem się  $Q_g$ . Również średnie obszarowe  $\bar{\bar{T}}^{tot}$  czasu  $\bar{T}^{tot}$  trwania niżówek POT są mało zmienne (tablica 3.2), w przeciwieństwie do swego odpowiednika SPA, gdzie zmniejszanie się  $Q_g$  skutkuje zmniejszaniem się  $\bar{\bar{T}}^{tot}$  o ok. 4 doby.

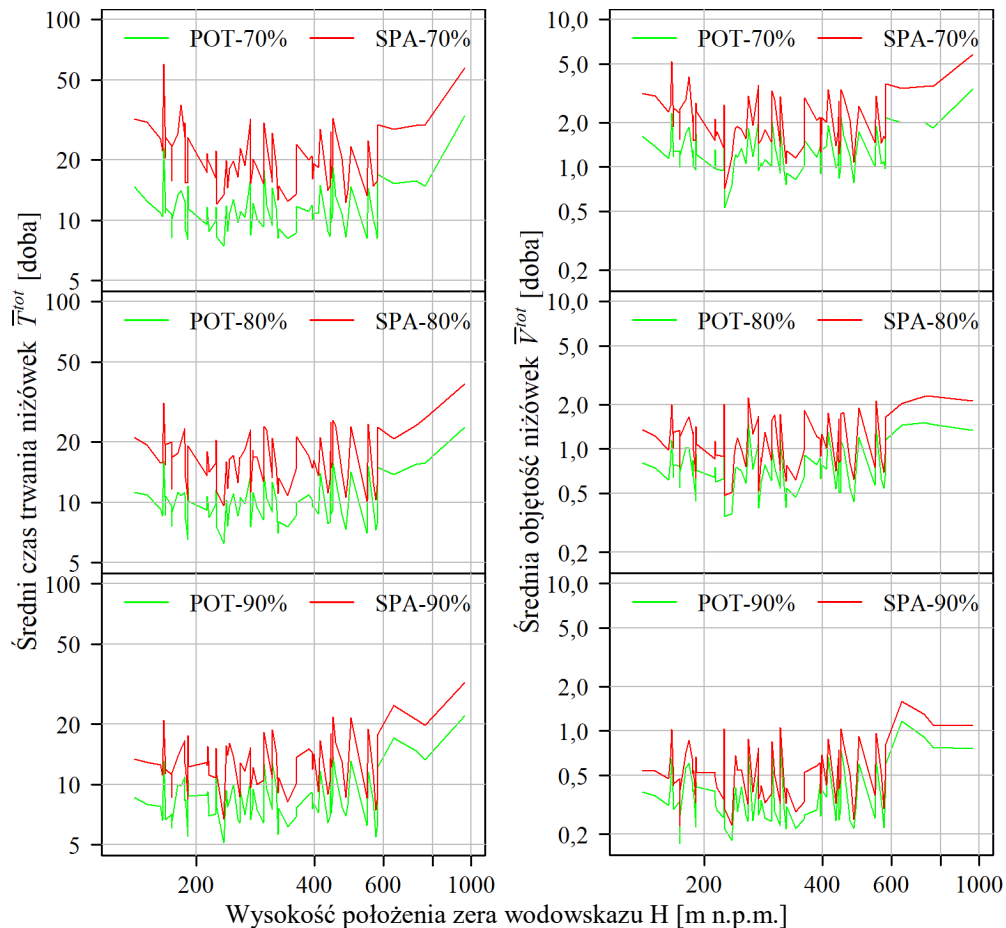
Tablica 3.2.

Średnie obszarowe z wielolecia 1984-2013 czasy trwania  $\bar{T}^{tot}$  [doba] niżówek POT i SPA.

Table 3-2.

Area average of the multi-year period 1984-2013 duration  $\bar{T}^{tot}$  [day] of the POT and SPA droughts.

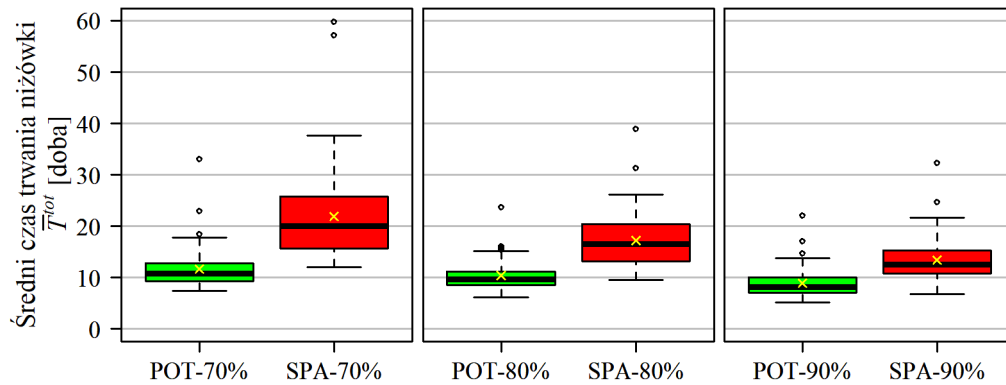
	$Q_{70\%}$	$Q_{80\%}$	$Q_{90\%}$
POT	11,7	10,4	8,9
SPA	21,9	17,2	13,4



Rys. 3.17. Średni czas trwania niżówek POT/SPA w wieloleciu 1984-2013,  $\bar{T}^{tot}$ , dla wszystkich przekrojów wodowskazowych i trzech wartości  $Q_g$  (lewy panel) i analogiczne wykresy dla objętości niżówek POT/SPA,  $\bar{V}^{tot}$  (prawy panel).

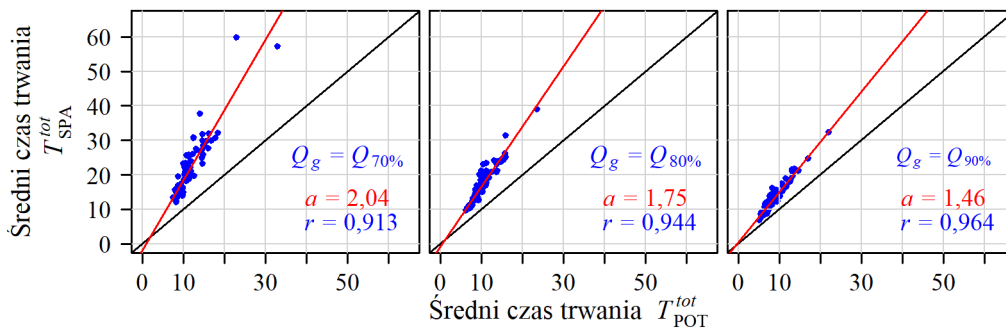
Fig. 3.17. Average duration of POT/SPA droughts in the multi-year period 1984-2013,  $\bar{T}^{tot}$ , for all gauging cross-sections and three  $Q_g$  values (left panel) and analogous plots for the volume of POT/SPA droughts,  $\bar{V}^{tot}$  (right panel).

Niżówki SPA są dłuższe i mają większą objętość (rys. 3.18 i rys. 3.20). Przebiegi  $\bar{T}^{tot}$  SPA i POT na badanym obszarze wykazują wyraźne podobieństwo niezależnie od  $Q_g$ . Podobny obraz wykazują objętości  $\bar{V}^{tot}$  niżówek SPA i POT. Podobna również jest zmienność czasów trwania  $\bar{T}^{tot}$  i objętości  $\bar{V}^{tot}$  niżówek, co jest do pewnego stopnia oczekiwane ze względu na powszechnie obserwowane skorelowanie czasu trwania i objętości niżówki.



Rys. 3.18. Rozkład średniego czasu  $\bar{T}^{tot}$  trwania niżówek POT i SPA w okresie 1984-2013, dla trzech wartości  $Q_g$ , w 78 przekrojach.

Fig. 3.18. Distribution of the average duration  $\bar{T}^{tot}$  of the POT and SPA droughts in the period 1984-2013, for three  $Q_g$  values, in 78 sections.



Rys. 3.19. Korelacja średniego czasu  $\bar{T}^{tot}$  trwania niżówek POT i SPA w okresie 1984-2013 dla trzech wartości  $Q_g$ , w 78 przekrojach. Symbolami  $a$  i  $r$  oznaczono odpowiednio współczynnik kierunkowy prostej regresji oraz współczynnik korelacji zmiennych.

Fig. 3.19. Correlation of the average duration  $\bar{T}^{tot}$  of the POT and SPA droughts in the period 1984-2013 for three  $Q_g$  values, in 78 cross-sections. The symbols  $a$  and  $r$  denote respectively slope coefficient of the regression line and correlation coefficient of the variables.

Podobnie jak liczebności, również średnie czasy trwania  $\bar{V}^{tot}$  niżówek POT i SPA są silnie skorelowane na badanym obszarze (rys. 3.20). Współczynnik korelacji rośnie z  $Q_g$  natomiast współczynnik kierunkowy maleje od 2,04 (przy  $Q_{70\%}$ ), przez 1,75 (przy  $Q_{80\%}$ ) do 1,46 (przy  $Q_{90\%}$ ). Rozkłady pudełkowe średnich objętości  $\bar{V}^{tot}$  niżówek POT wykazują zmniejszającą się zmienność z  $Q_g$  (rys. 3.20); podobnie jest ze średnimi obszarowymi (tablica 3.3).

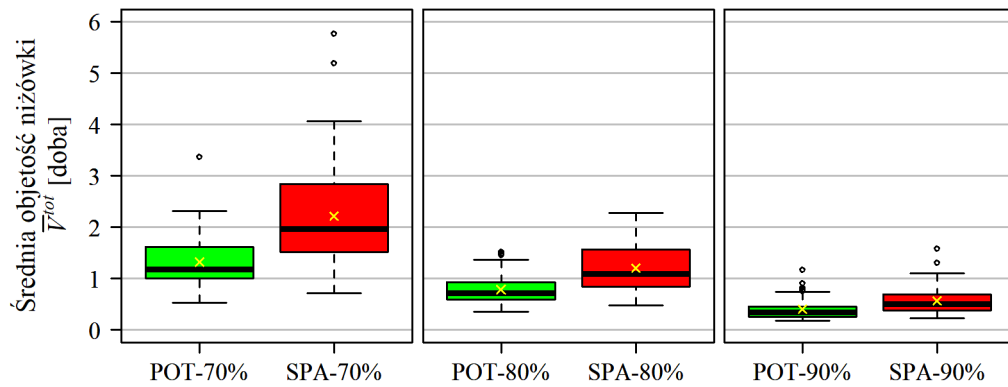
Tablica 3.3.

Średnie obszarowe z wielolecia 1984-2013 objętości  $\bar{V}^{tot}$  [doba] niżówek POT i SPA.

Table 3-3.

Spatial averages volume  $\bar{V}^{tot}$  [day] of droughts POT and SPA, for the multi-year period 1984-2013.

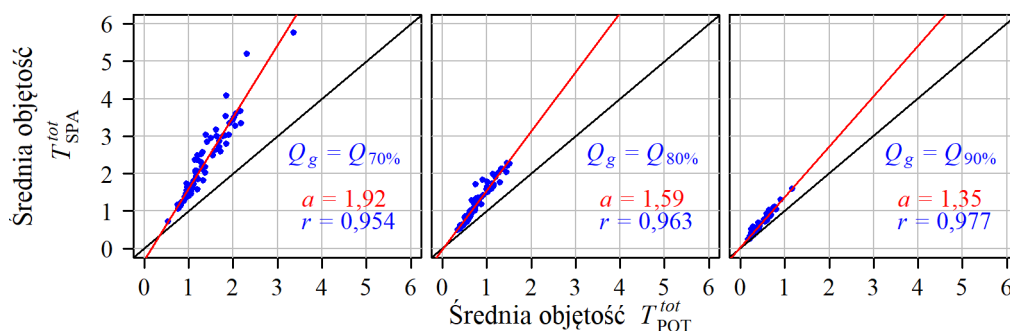
	$Q_{70\%}$	$Q_{80\%}$	$Q_{90\%}$
POT	1,32	0,79	0,40
SPA	2,21	1,20	0,57



Rys. 3.20. Rozkład średniej objętości  $\bar{V}^{tot}$  niżówek POT i SPA w okresie 1984-2013 dla trzech wartości  $Q_g$  w 78 przekrojach.

Fig. 3.20. Distribution of the average volume  $\bar{V}^{tot}$  of POT and SPA droughts of in the period 1984-2013 for three  $Q_g$  values in 78 cross-sections.

Średnie objętości  $\bar{V}^{tot}$  niżówek POT i SPA są nieco silniej skorelowane niż odpowiadające im czasy trwania (rys. 3.19 i rys. 3.21). Podobnie jak w przypadku średniego czasu trwania  $\bar{T}^{tot}$ , w przypadku średnich objętości  $\bar{V}^{tot}$  wraz z obniżeniem  $Q_g$  rosną współczynniki korelacji i maleją współczynniki kierunkowe. Współczynnik kierunkowy  $\bar{V}^{tot}$  jest niższy niż  $\bar{T}^{tot}$  o 0,12 (przy  $Q_{70\%}$ ), przez 0,16 (przy  $Q_{80\%}$ ) i o 0,11 (przy  $Q_{90\%}$ ). Oznacza to, np. przy  $Q_g = Q_{70\%}$ , że przejściu do innego wodowskazu o  $(\bar{V}^{tot})_{POT}$  dłuższej o 1 dobę od  $(\bar{V}^{tot})_{POT}$  poprzedniego wodowskazu, towarzyszy  $(\bar{V}^{tot})_{SPA}$  dłuższa o 1,92 doby od  $(\bar{V}^{tot})_{SPA}$  poprzedniego. Natomiast przejściu do innego wodowskazu o  $(\bar{T}^{tot})_{POT}$  dłuższej o 1 dobę od  $(\bar{T}^{tot})_{POT}$  poprzedniego, towarzyszy  $(\bar{T}^{tot})_{SPA}$  dłuższy o 2,04 doby od  $(\bar{T}^{tot})_{SPA}$  poprzedniego.



Rys. 3.21. Korelacje średniej objętości  $\bar{V}^{tot}$  niżówek POT i SPA w okresie 1984-2013, w 78 przekrojach. Symbolami  $a$  i  $r$  oznaczono odpowiednio współczynnik kierunkowy prostej regresji oraz współczynnik korelacji zmiennych.

Fig. 3.21. Correlations of the average volume  $\bar{V}^{tot}$  of POT and SPA droughts in the period 1984-2013, in 78 cross-sections. The symbols  $a$  and  $r$  denote respectively slope coefficient of the regression line and correlation coefficient of the variables.

Średnio największe i średnio najdłuższe zaobserwowane niżówki wystąpiły najczęściej w zlewni górnego Dunajca (w Tatrach i na Podhalu) (ostatnie punkty na rys. 3.17). Najdłuższe średnie  $\bar{T}^{w,tot}$  czasy trwania, niezależnie od metody definiowania

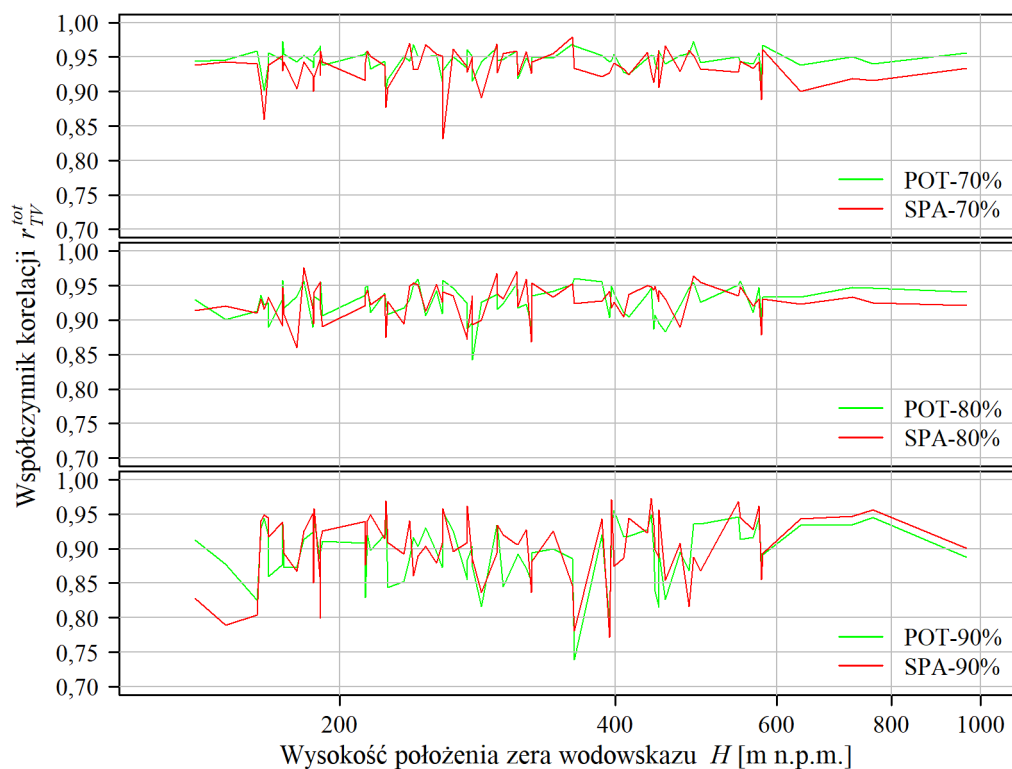
niżówki i od  $Q_g$  wystąpiły w przekroju wodowskazowym Łysa Polana na Białce. Największe  $\bar{V}^{w,tot}$  zaobserwowano natomiast w przekrojach: Łysa Polana na Białce (POT-70% i SPA-70%), Szaflary na Białym Dunajcu (POT-90%, SPA-90%), Koniówka na Dunajcu (POT-80%) i Zakopane-Harenda na Cichej Wodzie (SPA-80%).

Czas trwania i objętość niżówki są ze sobą wysoko skorelowane. Dla wszystkich przepływów granicznych oraz metod SPA i POT, współczynniki korelacji  $r_{TV}^{w,tot}$ .

$$r_{TV}^{w,tot} = \frac{\sum_{i=1}^{n^{w,tot}} (T_i^w - \bar{T}^w)(V_i^w - \bar{V}^w)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n^{w,tot}} (T_i^w - \bar{T}^w)^2 \sum_{i=1}^{n^{w,tot}} (V_i^w - \bar{V}^w)^2}}, \quad w = 1, 2, \dots, n_{wod} \quad (3.7)$$

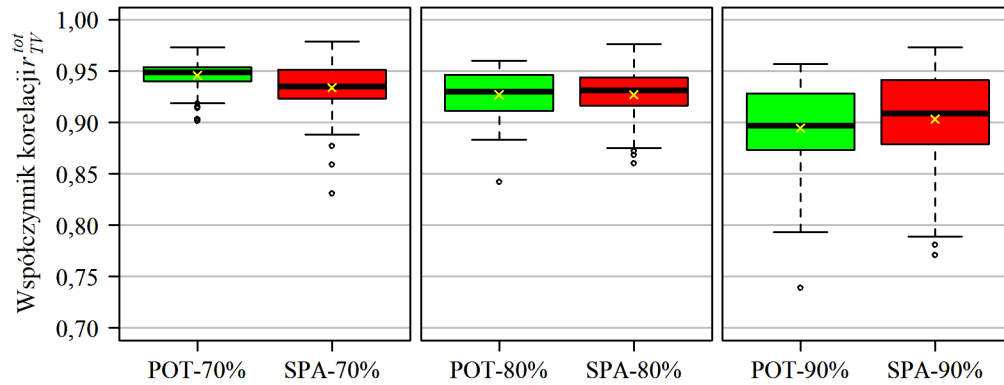
są wysokie i przekraczają 0,75 (rys. 3.22).

Wszystkie współczynniki korelacji są istotne statystycznie na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ . Zmienność  $r_{TV}^{tot}$  SPA i POT dla  $Q_{70\%}$  i  $Q_{80\%}$  jest podobna, choć wartości  $r_{TV}^{tot}$  SPA i POT dla  $Q_{80\%}$  są nieco niższe od tych dla  $Q_{70\%}$ . Przypadek  $Q_{90\%}$  różni się znacznie: zmienność  $r_{TV}^{tot}$  SPA i POT jest dużo większa od tej dla  $Q_{70\%}$  i  $Q_{80\%}$  (rysunki 3.22, 3.23 i 3.24).



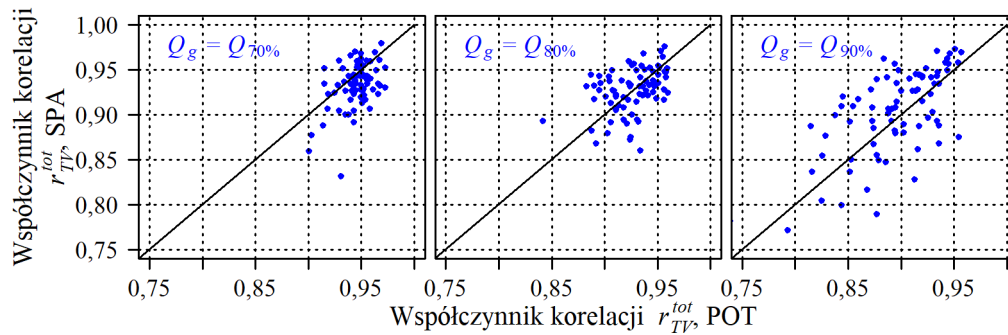
Rys. 3.22. Współczynniki korelacji czasu trwania i objętości niżówki POT/SPA w wieloletniu 1984-2013,  $r_{TV}^{tot}$ , dla wszystkich przekrojów wodowskazowych.

Fig. 3.22. Coefficients of correlation of the duration and volume of the POT/SPA droughts in the multi-year period 1984-2013,  $r_{TV}^{tot}$ , for all gauging cross-sections.



Rys. 3.23. Rozkład współczynnika korelacji  $r_{TV}^{tot}$  czasu trwania i objętości niżówki POT i SPA w okresie 1984-2013, dla trzech wartości  $Q_g$ , w 78 przekrojach.

Fig. 3.23. Distribution of correlation coefficient  $r_{TV}^{tot}$  of the duration and volume of POT and SPA droughts in the period 1984-2013, for three  $Q_g$  values, in 78 cross-sections.



Rys. 3.24. Porównanie współczynników korelacji  $r_{TV}^{tot}$  czasu trwania i objętości niżówek POT i SPA, w okresie 1984-2013, dla trzech wartości  $Q_g$ , w 78 przekrojach.

Fig. 3.24. Comparison of correlation coefficients  $r_{TV}^{tot}$  of duration and volume of POT and SPA droughts, in the period 1984-2013, for three  $Q_g$  values, in 78 cross-sections.

### 3.5. Średnia roczna liczba niżówek

Ponieważ nie we wszystkich latach badanego wielolecia występowała niżówka, to średnie roczne liczby niżówek w przekroju wodowskazowym  $w$  można liczyć na dwa sposoby: biorąc pod uwagę wszystkie 30 lat wielolecia 1984-2013 albo tylko lata niżówkowe wielolecia 1984-2013:

$$\bar{n}^{w,30} = \frac{1}{30} \sum_{r=1}^{30} n_r^w, \quad \bar{n}_R^w = \frac{1}{n_R^w} \sum_{r \in R^w} n_r^w, \quad w = 1, 2, \dots, n_{wod} \quad (3.8)$$

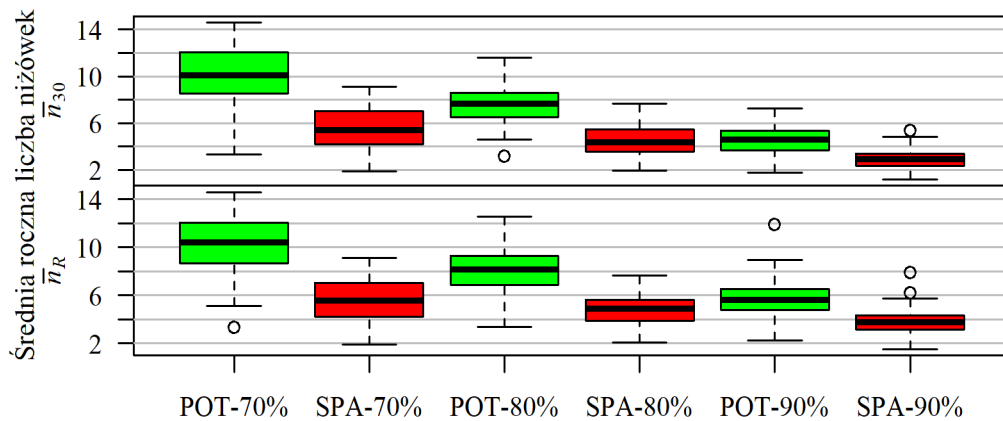
gdzie:

- $\bar{n}^{w,30}$  – średnia roczna liczba niżówek w przekroju wodowskazowym  $w$  w wieloleciu,
- $\bar{n}_R^w$  – średnia roczna liczba niżówek w latach niżówkowych, w przekroju wodowskazowym  $w$  w wieloleciu,
- $n_{wod}$  – liczba przekrojów wodowskazowych  $w$ ,
- $n_r^w$  – liczba niżówek w roku  $r$ , w przekroju wodowskazowym  $w$ .

Wyniki ilustrują rys. 3.25, 3.26 i 3.27 oraz tablica 3.4. Niżówek POT jest więcej niż SPA, stosunek średniej obszarowej liczby niżówek POT-70% do niżówek SPA-

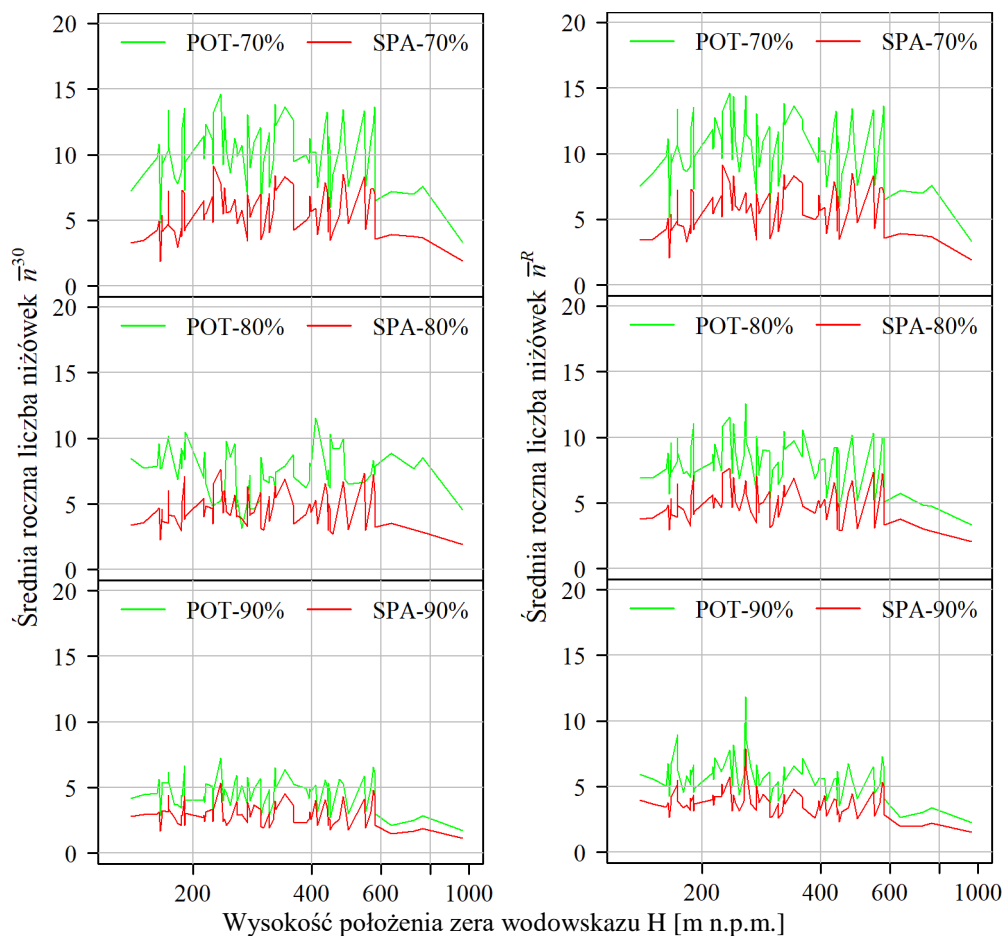


70% wynosi 1,8, przy pozostałych  $Q_g$ . Przy  $Q_{80\%}$  średnia obszarowa liczby niżówek POT jest 1,6 razy większa niż  $\bar{n}^{30}$  niżówek SPA, a dla  $Q_{90\%}$  – 1,55 razy większa.



Rys. 3.25. Rozkład średniej liczby  $\bar{n}^{30}$  i  $\bar{n}_R$  niżówek POT i SPA przypadającej na, odpowiednio, dowolny rok wielolecia 1984-2013 i dowolny rok lat niżówkowych tego wielolecia.

Fig. 3.25. Distribution of the average numbers  $\bar{n}^{30}$  and  $\bar{n}_R$  POT and SPA droughts in, any year of the multi-year period 1984-2013 and any year with droughts of this multi-year period, respectively.



Rys. 3.26. Średnie roczne liczby niżówek POT i SPA w wieloleciu 1984-2013 (left panel) i w latach niżówkowych wielolecia 1984-2013 (prawy panel).

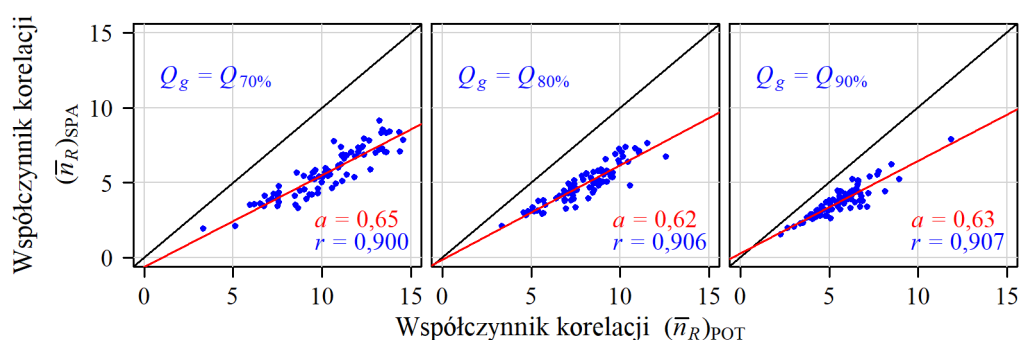
Fig. 3.26. The annual average number of POT and SPA droughts in the multi-year period 1984-2013 (left panel) and in years with droughts of the multi-year period 1984-2013 (right panel).

Tablica 3.4.  
Średnie obszarowe liczby niżówek POT i SPA w wieloleciu 1984-2013 i w latach niżówkowych tego wielolecia.

Table 3.4.  
Average area number of POT and SPA droughts in the multi-year period 1984-2013 and in the years with droughts of this multi-year period.

	POT-70%	SPA-70%	POT-80%	SPA-80%	POT-90%	SPA-90%
$\bar{n}^{30}$	10,0	5,5	7,5	4,6	4,5	2,9
$\bar{n}_R$	10,3	5,6	8,0	4,9	5,7	3,7

Niezależnie od  $Q_g$ , korelacje średnich rocznych liczb niżówek POT i SPA wynoszą 0,9 lub nieco więcej, a współczynniki kierunkowe prostych regresji ponad 0,6 (rys. 3.27).



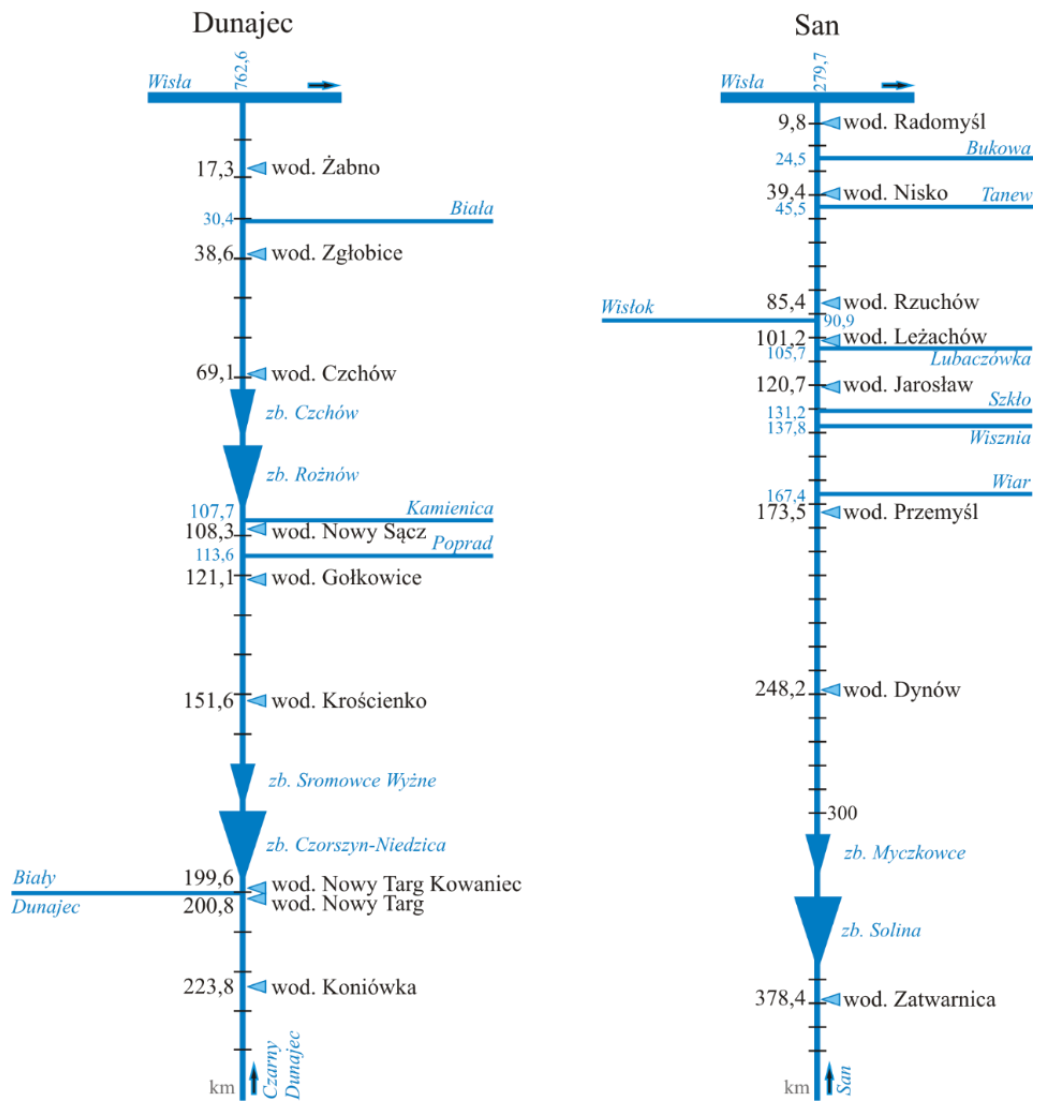
Rys. 3.27. Korelacja średnich rocznych liczb niżówek POT i SPA w wieloleciu 1984-2013 i w latach niżówkowych tego wielolecia. Symbolami  $a$  i  $r$  oznaczono odpowiednio współczynnik kierunkowy prostej regresji oraz współczynnik korelacji zmiennych.

Fig. 3.27. Correlation of the average annual numbers of POT and SPA droughts in the multi-year period 1984-2013 and in the years with droughts of this multi-year period. The symbols  $a$  and  $r$  denote respectively slope coefficient of the regression line and correlation coefficient of the variables.

### 3.6. Zmienność charakterystyk niżówek wzdłuż rzeki

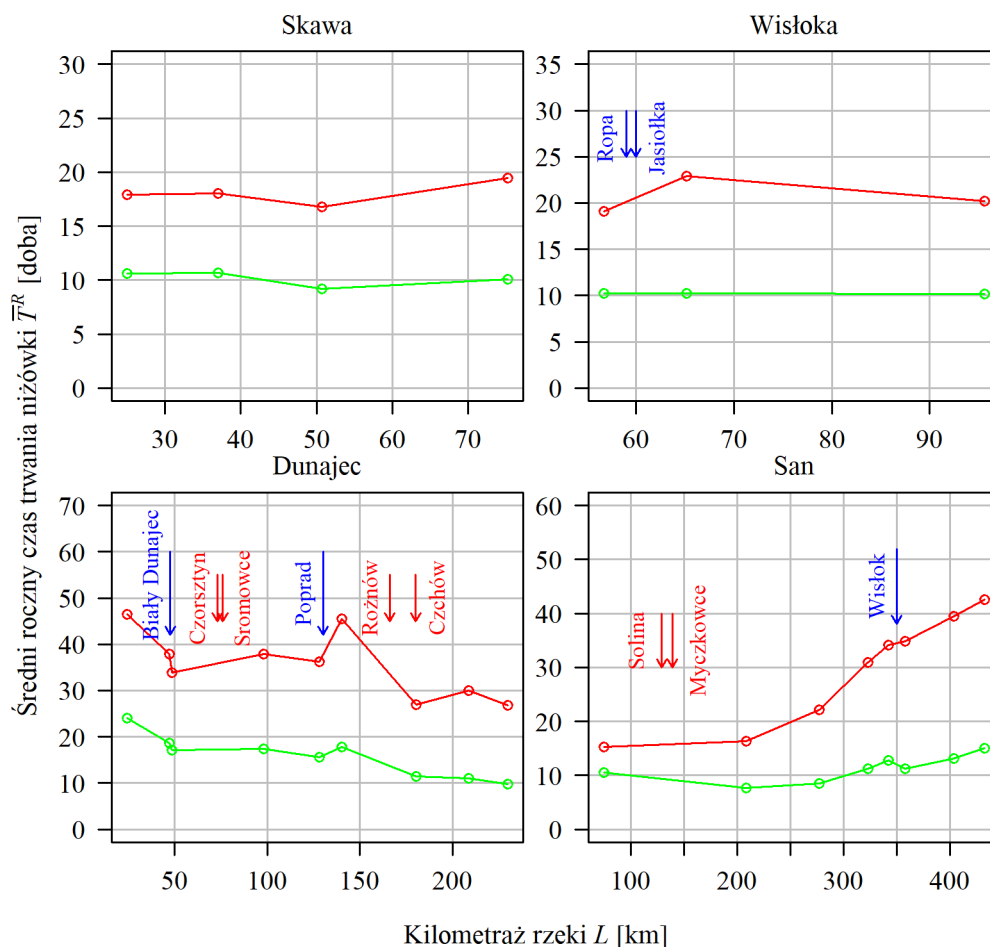
Jest kwestią interesującą analiza zmienności charakterystyk niżówek, która ma na celu określenie współzmienności (lub jej braku) charakterystyk niżówek w sąsiednich przekrojach wodowskazowych na rzece. Powodem braku zależności między niżówkami w kolejnych przekrojach może być na przykład znaczący dopływ do rzeki lub gospodarka wodna na zbiorniku retencyjnym zlokalizowanym między tymi przekrojami.

Badanie przeprowadzono na podstawie średnich rocznych charakterystyk  $\bar{T}^{w,R}$ ,  $\bar{V}^{w,R}$  niżówek we wszystkich dostępnych przekrojach wodowskazowych na czterech dopływach Górnej Wisły, tj. 4 przekrojach na Skawie, 9 na Dunajcu, 3 na Wisłoce i 8 na Sanie. W dwóch z tych dopływów, na Dunajcu i Sanie znajdują się zbiorniki retencyjne - ich lokalizacja została pokazana na rys. 3.28.



Rys. 3.28. Rozmieszczenie wodowskazów i lokalizacja zbiorników retencyjnych na Dunajcu i Sanie.  
 Fig. 3.28. Arrangement of gauging stations and location of retention reservoirs on the Dunajec and San rivers.

Na rys. 3.29 i 3.30 przedstawiono przebieg średniego w roku czasu trwania  $\bar{T}^{w,R}$  i średniej rocznej objętości  $\bar{V}^{w,R}$  niżówek POT i SPA dla  $Q_g = Q_{70\%}$  wzdłuż czterech wspomnianych wcześniej rzek, wraz z naniesioną lokalizacją zbiorników retencyjnych i większych dopływów.



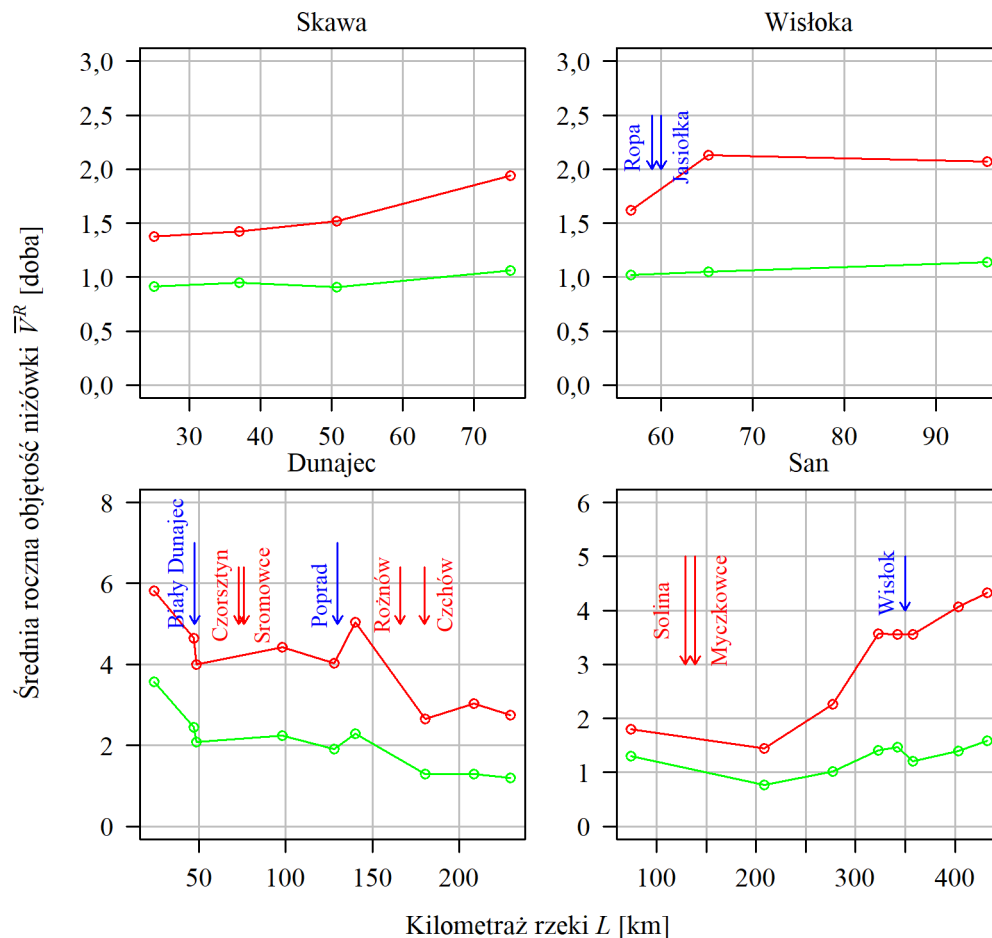
Rys. 3.29. Przebieg średniego rocznego czasu  $\bar{T}^R$  trwania niżówek POT-70% (zielone linie) i SPA-70% (czerwone linie), w okresie 1984-2013, dla trzech wartości  $Q_g$ , na długości wybranych dopływów Wisły. Strzałki czerwone oznaczają lokalizację zapory, a niebieskie – miejsce ujścia większych dopływów do recipienta.

Fig. 3.29. The distribution of the average annual duration  $\bar{T}^R$  of POT-70% (green lines) and SPA-70% (red lines) droughts in the period 1984-2013, for three  $Q_g$  values, along the length of selected tributaries of the Vistula. The red arrows indicate the location of the dam, and the blue ones - the place where the larger tributaries flow to the recipient.

Największe odchyłki względne  $\bar{T}^{w,R}$  i  $\bar{V}^{w,R}$ , przekraczające 40%, wystąpiły na Dunajcu między przekrojami Nowy Sącz i Czchów oraz na Sanie między Zatwarnicą a Dynowem. Są to odcinki rzek na których znajdują się wybudowane przed okresem 1984-2013 zbiorniki retencyjne (na Dunajcu kaskada Różnów-Czchów, a na Sanie – Solina-Myczkowce).

We wszystkich przypadkach zbiorniki zmniejszają wartości  $\bar{T}^{w,R}$  i  $\bar{V}^{w,R}$ .

Kaskada zbiorników Czorsztyń Niedzica-Sromowce Wyżne została oddana do użytku w trakcie badanego 30-lecia (Sromowce Wyżne w 1994 roku, a Czorsztyń Niedzica w 1997 roku), a zatem od 1994 roku odpływ Dunajca jest zmieniony i jest ustalany zgodnie z regułą sterowania zbiornikami. Najprawdopodobniej z tego powodu średni roczny czas trwania  $\bar{T}^{w,R}$  i średnia roczna objętość  $\bar{V}^{w,R}$  niżówek POT oraz SPA między przekrojami Nowy Targ Kowaniec (przed kaskadą zbiorników) a Krościenko (za kaskadą) nie tylko nie zmalały, jak w przypadku innych zbiorników, ale przy  $Q_g = Q_{70\%}$  i  $Q_{80\%}$  zauważalnie wzrosły. Problem ten zostanie poruszony w dalszej części pracy.



Rys. 3.30. Przebieg średniej rocznej objętości  $\bar{V}^R$  niżówek POT-70% i SPA-70%, w okresie 1984-2013, dla trzech wartości  $Q_g$ , w 78 przekrojach, na długości wybranych dopływów Wisły. Strzałki czerwone oznaczają lokalizację zapory, a niebieskie – miejsce ujścia większych dopływów do recipienta.

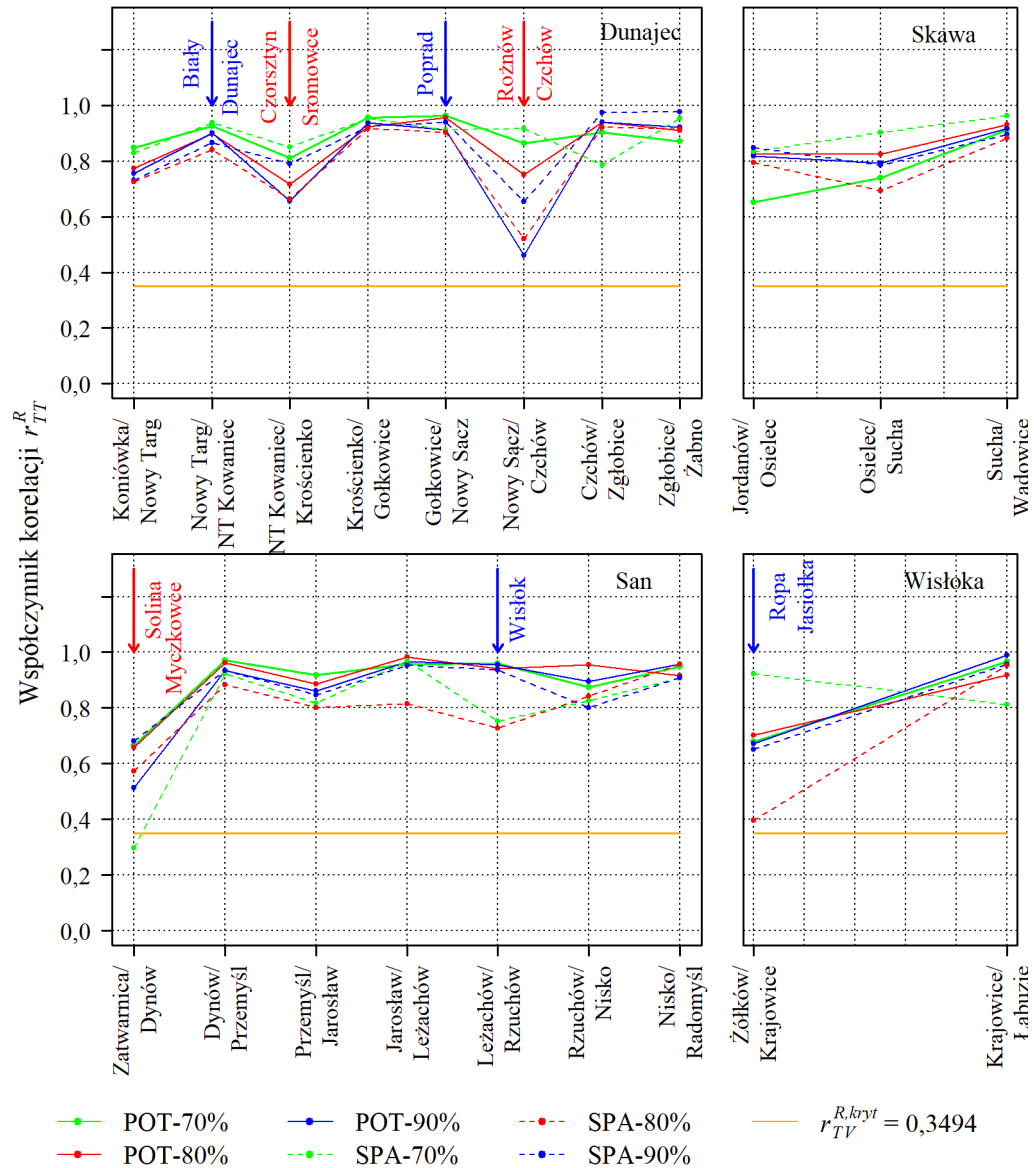
Fig. 3.30. The distribution of the average annual volume  $\bar{V}^R$  of POT-70% and SPA-70% droughts in the period 1984-2013, for three  $Q_g$  values, along the length of selected tributaries of the Vistula. The red arrows indicate the location of the dam, and the blue ones - the place where the larger tributaries flow to the recipient.

Współczynniki korelacji  $r_{TT}^R = \text{corr}(\bar{T}^{w-1,R}, \bar{T}^{w,R})$  oraz  $r_{VV}^R = \text{corr}(\bar{V}^{w-1,R}, \bar{V}^{w,R})$  średniego rocznego czasu trwania  $\bar{T}^{w,R}$  i średniej rocznej objętości  $\bar{V}^{w,R}$  niżówek POT i SPA (przy  $Q_g = Q_{70\%}, Q_{80\%}$  i  $Q_{90\%}$ ) w sąsiednich przekrojach wodowskazowych  $w-1$  i  $w$  są we wszystkich przypadkach dodatnie, a w 237 z 240 analizowanych przypadków (liczba przypadków obejmuje 20 odcinków rzek między przekrojami wodowskazowymi, 2 charakterystyki niżówki, 2 metody wyznaczania niżówki, 3 przepływy graniczne) są istotne statystycznie na poziomie istotności  $\alpha = 5\%$ . Istotne współczynniki korelacji są w 179 przypadkach wysokie, powyżej 0,8, co może sugerować wysoką współzmiennność  $\bar{T}^{w,R}$  i  $\bar{V}^{w,R}$  między sąsiednimi przekrojami wodowskazowymi (rys. 3.31 i 3.32).

W przebiegach korelacji na długości rzek można zauważyć spadki korelacji spowodowane oddziaływaniem zbiorników retencyjnych na Dunajcu i Sanie oraz dopływami Ropy i Jasiołki do Sanu.

Najniższe, nieistotne statystycznie wartości współczynnika korelacji, poniżej

0,3494 wystąpiły między przekrojami Zatwarnica a Dynów na Sanie ( $\bar{T}^{w,R}$ , SPA-70%) – w wyniku oddziaływania zbiorników Solina-Myczkowce oraz na odcinku Żółków-Krajowice ( $\bar{V}^{w,R}$ , w przypadku niżówki POT-90% oraz niżówki SPA-90%), na którym do Wisłoki dopływają Ropa i Jasiołka.

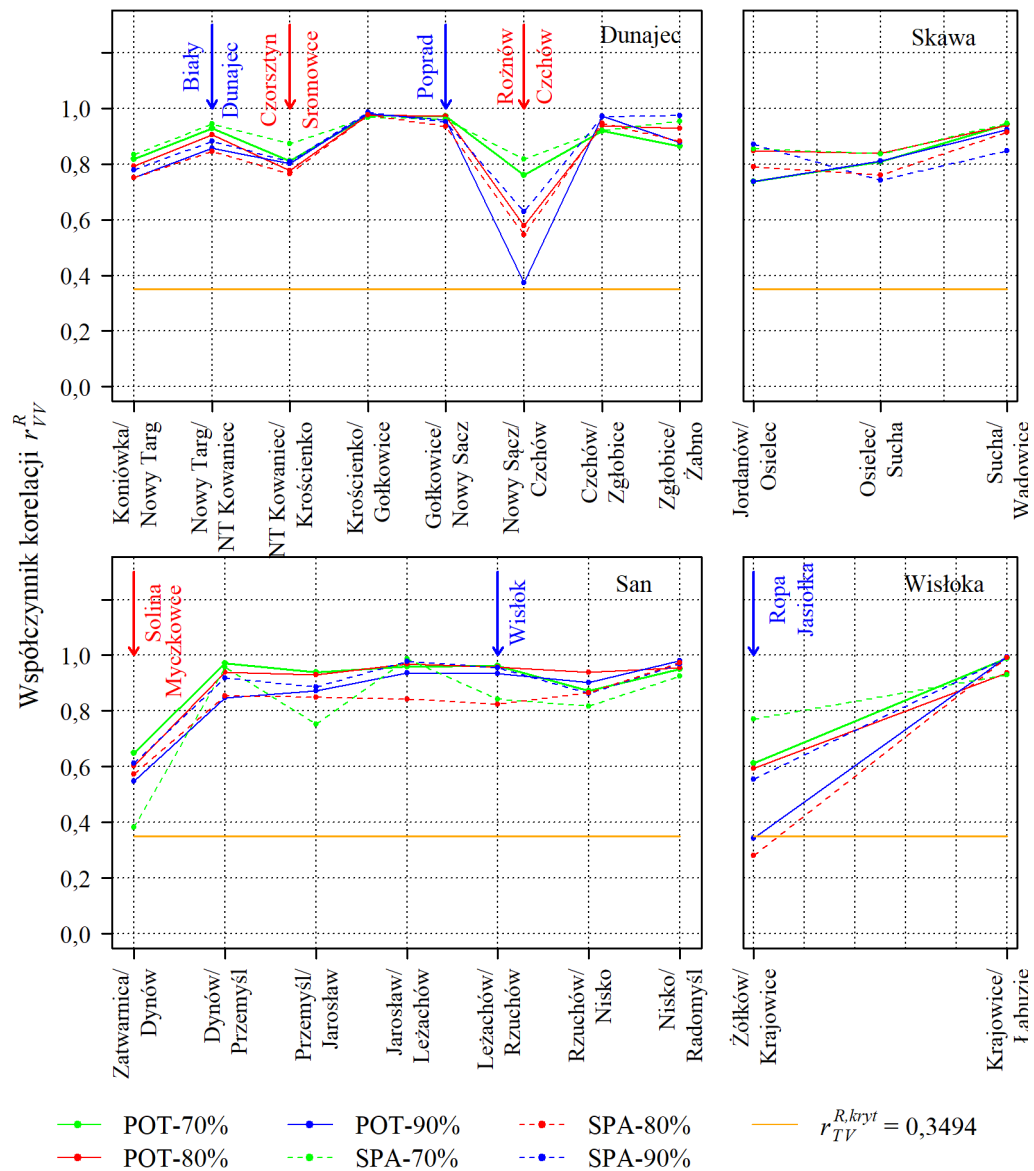


Rys. 3.31. Współczynniki korelacji  $r_{TT}^R$  średniego rocznego czasu trwania  $\bar{T}^R$  niżówek POT i SPA, w okresie 1984-2013, dla trzech wartości  $Q_g$ , w sąsiednich przekrojach wodowskazowych na wybranych dopływach Górnej Wisły.

Fig. 3.31. Correlation coefficients  $r_{TT}^R$  of the average annual duration  $\bar{T}^R$  of POT and SPA droughts in the period 1984-2013, for three  $Q_g$  values, in adjacent gauging cross-sections on selected tributaries of the Upper Vistula.

Jedynymi zbiornikami na badanym obszarze, które mogą być wykorzystane do prześledzenia wpływu użytkowania zbiornika retencyjnego na przepływ jest kaskada zbiorników Czorsztyń Niedzica-Sromowce Wyżne na Dunajcu; są to dwa z czterech zbiorników, które zostały do eksploatacji w badanym 30-leciu, a zarazem jedyne, w przypadku których dostępne są ciągi dobowych przepływów zarejestrowanych w przekroju zarówno przed (Nowy Targ Kowaniec), jak i za kaskadą tych zbiorników

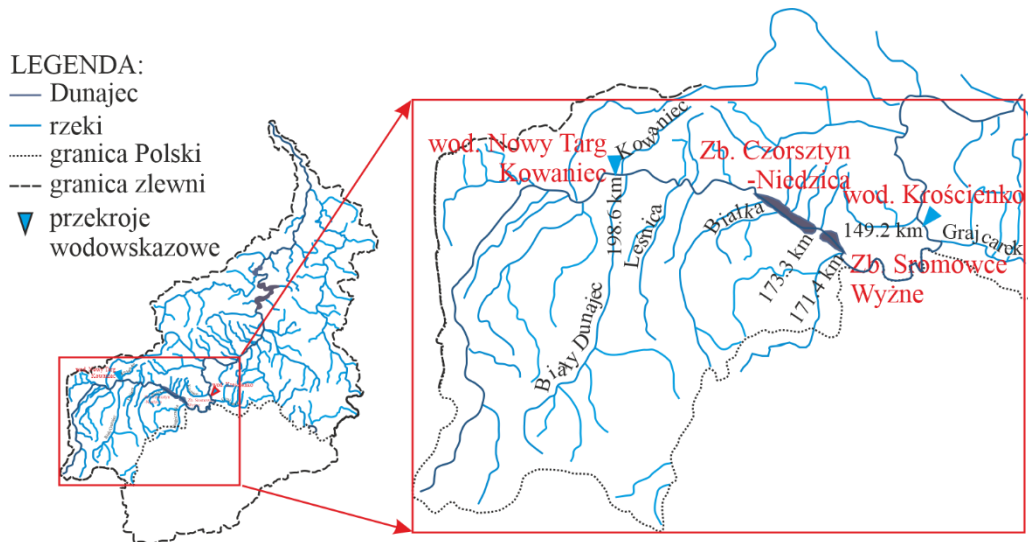
(wodowskaz Krościenko) (rys. 3.33).



Rys. 3.32. Współczynniki korelacji  $r_{TV}^R$  średniej rocznej objętości  $\bar{V}^R$  niżówek POT i SPA, w okresie 1984-2013, dla trzech wartości  $Q_g$ , w sąsiednich przekrojach wodowskazowych na wybranych dopływach Górnej Wisły.

Fig. 3.32. Correlation coefficients  $r_{TV}^R$  of the average annual volume  $\bar{V}^R$  of POT and SPA droughts in the period 1984-2013, for three  $Q_g$  values, in adjacent gauging cross-sections on selected tributaries of the Upper Vistula.

Zbiornik wodny Czorsztyn-Niedzica, został zbudowany w latach 1969-1997, w celu obniżenia kulminacyjnych przepływów fal powodziowych, zwiększenia minimalnych przepływów Wisły poniżej ujścia Dunajca i wykorzystania potencjału energetycznego powstałego spiętrzenia, a zbiornik wodny Sromowce Wyżne powstał w latach 1975-94 w celu wyrównywania dobowych wahań przepływów wynikających z pracy elektrowni wodnej w Czorsztynie (Zespół Elektrowni Wodnych Niedzica S. A. 2018, Hydroprojekt 1996).



Rys. 3.33. Lokalizacja zbiorników retencyjnych Czorsztyń-Niedzica i Sromowce Wyżne oraz wodowskazów na Dunajcu znajdujących się powyżej i poniżej tej kaskady zbiorników.  
 Fig. 3.33. Location of the Czorsztyń-Niedzica and Sromowce Wyżne retention reservoirs and gauging stations on the Dunajec River, above and below this cascade of reservoirs.

Aby ocenić w jaki sposób oddanie do użytku tych zbiorników wpłynęło na reżim odpływu, porównano roczne sumy wartości czasu  $\Sigma T_r^w$  trwania i objętości  $\Sigma V_r^w$  niżówek POT i SPA (przy  $Q_{70\%}$ ,  $Q_{80\%}$  i  $Q_{90\%}$ ) w przekrojach wodowskazowych Nowy Targ Kowaniec i Krościenko w latach 1984-1993 (przed uruchomieniem zbiorników) i 1997-2013 (gdy funkcjonował już zarówno zbiornik Sromowce Wyżne, jak i Czorsztyń-Niedzica). Przykładowe wyniki dla niżówek POT-70% i POT-90% przedstawiono na rys. 3.34).

Do oceny czy średnie sumy roczne czasu trwania  $\Sigma T_r^w$  i objętości  $\Sigma V_r^w$  niżówek w latach 1984-1993 oraz 1997-2013 różnią się od siebie znacząco, wykorzystano test Welcha, który jest testem weryfikującym hipotezę o równości wartości oczekiwanych w dwóch populacjach w przypadku różnych wariancji (Derrick i in. 2016). Statystyka testu:

$$t = (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \cdot \left( \frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2} \right)^{-0.5} \quad (3.9)$$

gdzie:

$\bar{X}_i, s_i^2, N_i$  – średnia, wariancja, licznosc  $i$ -tej próby ( $i = 1, 2$ ).

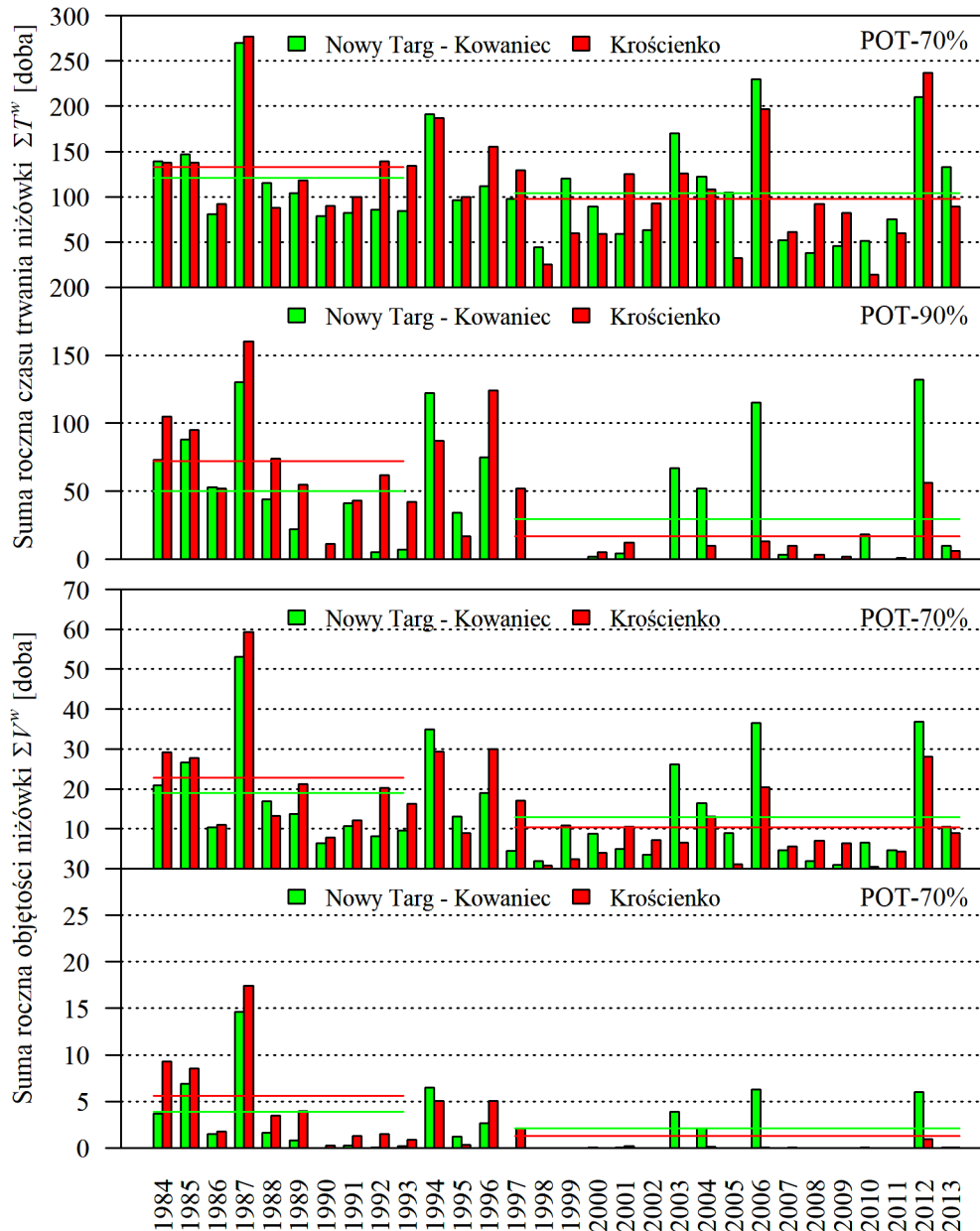
Statystyka  $t$  ma rozkład  $t$ -Studenta z liczbą  $\nu$  stopni swobody przybliżoną za pomocą formuły Welcha-Satterthwaite'a:

$$\nu = \frac{\left( \frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2} \right)^2}{\frac{s_1^4}{N_1^2 \cdot \nu_1} + \frac{s_2^4}{N_2^2 \cdot \nu_2}} \quad (3.10)$$

gdzie:

$\nu_i$  – liczba stopni swobody,  $\nu_i = N_i - 1$ ,  $i = 1, 2$ .





Rys. 3.34. Przebieg rocznych sum czasu trwania  $\Sigma T^w$  i objętości  $\Sigma V^w$  niżówek POT-70% i POT-90% w przekrojach Nowy Targ Kowaniec i Krościenko. Czerwone i zielone linie poziome oznaczają średnie wartości  $\Sigma T^w$  i  $\Sigma V^w$  w okresach 1984-1993 i 1997-2013, w rozpatrywanych przekrojach.  
 Fig. 3.34. The distribution of annual sums of the duration  $\Sigma T^w$  and the volume  $\Sigma V^w$  of the POT-70% and POT-90% droughts at the Nowy Targ Kowaniec and Krościenko cross-sections. Red and green horizontal lines mark the average values of  $\Sigma T^w$  and  $\Sigma V^w$  in the periods 1984-1993 and 1997-2013, in the analyzed cross-sections.

Przekrój Nowy Targ Kowaniec zlokalizowany jest powyżej kaskady zbiorników i dlatego nie zaobserwowano znaczącej zmiany między  $\Sigma T_r^{1984-1993}$  a  $\Sigma T_r^{1997-2013}$ , a także między  $\Sigma V_r^{1984-1993}$  a  $\Sigma V_r^{1997-2013}$ , czego potwierdzeniem jest wartość  $p_v$  testu Welcha większa niż 0,05 we wszystkich badanych przypadkach (tablica 3.5).

Tablica 3.5.

Średnie roczne sumy w wieloletniach 1984-1993 i 1997-2013 czasu trwania i objętości niżówek w przekrojach Nowy Targ Kowaniec i Krościenko, a także wartości  $p_v$  testu Welcha tych średnich (pogrubiono wartości  $p_v < 0,05$ ).

Table 3-5.

Average annual sums in the years 1984-1993 and 1997-2013 of the duration and volume of droughts in Nowy Targ Kowaniec and Krościenko sections, as well as the  $p_v$  values of the Welch test of these averages ( $p_v$  values  $< 0.05$  are in bold).

Przekrój		POT-70%	SPA-70%	POT-80%	SPA-80%	POT-90%	SPA-90%
Nowy Targ Kowaniec	$\Sigma \bar{T}_r^{1984-1993}$ [doba]	118,7	118,1	88,6	88,9	46,3	47,6
	$\Sigma \bar{T}_r^{1997-2013}$ [doba]	100,3	97,1	57,7	55,4	23,7	23,6
	$p_v$	0,4396	0,4283	0,2080	0,2078	0,1911	0,2235
Krościenko	$\Sigma \bar{T}_r^{1984-1993}$ [doba]	131,4	120,9	102,8	103,0	69,9	66,0
	$\Sigma \bar{T}_r^{1997-2013}$ [doba]	93,5	94,4	47,2	44,6	10,0	9,2
	$p_v$	0,1078	0,3327	<b>0,0185</b>	<b>0,0246</b>	<b>0,0012</b>	<b>0,0015</b>
Nowy Targ Kowaniec	$\Sigma \bar{V}_r^{1984-1993}$ [doba]	17,7	16,7	8,8	8,6	3,0	2,8
	$\Sigma \bar{V}_r^{1997-2013}$ [doba]	11,1	10,0	4,4	4,2	1,1	1,1
	$p_v$	0,2239	0,2294	0,2058	0,2132	0,2507	0,2652
Krościenko	$\Sigma \bar{V}_r^{1984-1993}$ [doba]	21,8	19,3	12,4	11,2	4,8	4,2
	$\Sigma \bar{V}_r^{1997-2013}$ [doba]	8,5	7,8	2,7	2,6	0,2	0,2
	$p_v$	<b>0,0224</b>	<b>0,0363</b>	<b>0,0173</b>	<b>0,0134</b>	<b>0,0244</b>	<b>0,0179</b>

Zarówno średnie roczne sumy czasu trwania, jak i objętości niżówek obniżyły się w latach 1997-2013 w stosunku do wielolecia 1984-1993. Jedynie przy przepływie granicznym  $Q_{70\%}$ , średnia suma czasu trwania nie zmieniła się znacząco na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ , w pozostałych przypadkach wartości  $p_v$  testu Welcha są mniejsze niż 0,036. Takie znaczące obniżenie się średnich sum czasów trwania i objętości niżówek po oddaniu do użytku zbiorników retencyjnych wynika ze sposobu gospodarowania wodą na zbiorniku. Reguła sterowania zbiornikiem retencyjnym Czorsztyn-Niedzica (Hydroprojekt 1996) zakłada podwyższenie niskich przepływów w Dunajcu i alimentowanie przepływów Dunajca poniżej kaskady zbiorników do wysokości 12 m<sup>3</sup>/s w okresie od 1 kwietnia do 31 października i 9 m<sup>3</sup>/s w pozostałej części roku. Niżówki maksymalne roczne na badanym obszarze

## 4. NIŻÓWKI MAKSYMALNE ROCZNE NA BADANYM OBSZARZE

### 4.1. Wstęp

Jedną z pożądanых charakterystyk zdarzeń losowych jest ich powtarzalność, mierzona zwykle za pomocą częstości (prawdopodobieństwa), tj. liczby zdarzeń na jednostkę czasu. Ze względu na przeważnie istotną astronomię jednostką tą jest na ogół rok (kalendarzowy, hydrologiczny, inny) a w każdym roku może mieć miejsce pewna liczba zdarzeń. Najważniejsze z nich to oczywiście zdarzenia ekstremalne o określonej częstości (prawdopodobieństwie).

Istnieją dwa podstawowe podejścia do analizy ciągu takich zdarzeń. Jedno z nich zakłada wybór dokładnie jednego zdarzenia ekstremalnego w roku; drugie opiera się na wszystkich zdarzeniach o wielkości przekraczającej pewien próg (gdy przedmiotem zainteresowania są zdarzenia maksymalne) lub nie przekraczającej danego progu (gdy chodzi o zdarzenia minimalne). Drugi przypadek jest bardziej skomplikowany, gdyż obejmuje dwie zmienne: liczbę zdarzeń na rok i wielkość tych zdarzeń, jest więc bardziej skomplikowany w porównaniu z pierwszym. W dodatku, przy pewnych na ogół przyjmowanych założeniach, oba podejścia dają prawie identyczne wyniki w zakresie rzadszych zdarzeń, o okresach powtarzalności 10 lat lub więcej.

W niniejszej pracy stosowane jest pierwsze podejście, a badaną wielkością jest niżówka maksymalna w roku (niżówka maksymalna roczna).

Z praktycznego punktu widzenia ważna jest informacja, w których miesiącach roku najczęściej zaczyna się i jak długo trwa niżówka maksymalna, w celu ustalenia czy na przykład na obszarach rolniczych niżówkę maksymalną obserwuje się częściej zimą czy w sezonie wegetacyjnym. Ciekawym zagadnieniem jest także zróżnicowanie przestrzenne wystąpienia niżówki maksymalnej, mogące prowadzić do wyodrębnienia regionów, w których obserwuje się dłuższe i głębsze niżówki maksymalne.

Na podstawie szeregów czasowych czasu trwania i objętości niżówek surowych w wieloletnim hydrologicznym 1984-2013 w każdym przekroju wodowskazowym  $w$  zostały wyznaczone dwie maksymalne roczne charakterystyki niżówki POT i SPA dla  $Q_g = Q_{70\%}$ ,  $Q_{80\%}$  i  $Q_{90\%}$ : czas  $T$  jej trwania i objętość  $V$ :

$$X_{max,r}^w = \max_{i=1,2,\dots,n_r^w} \{X_{r,i}^w\}, \quad X = T, V, \quad r \in R^w, \quad w = 1, 2, \dots, n_{wod} \quad (4.1)$$

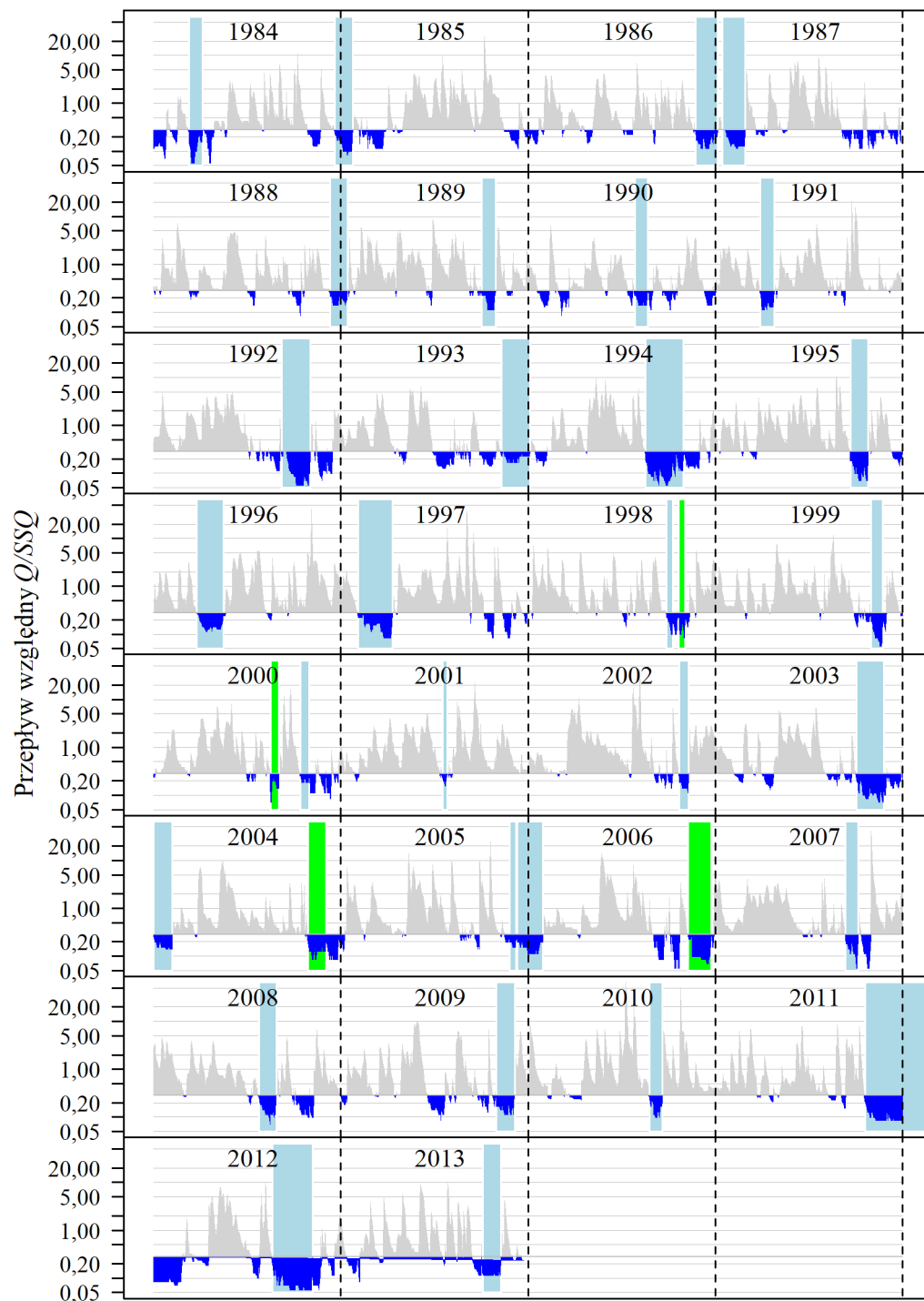
gdzie:

$\{X_{r,i}^w\}$  –  $i$ -ta w roku  $r$  wartość charakterystyki  $X$  niżówki w przekroju  $w$ .

Otrzymano sześć (2 metody obliczeń, 3 przepływy graniczne)  $n_R^w$ -elementowych szeregów czasu trwania  $T_{max,r}^w$ ,  $r = 1, 2, \dots, n_R^w$  i sześć  $n_R^w$ -elementowych szeregów objętości  $V_{max,r}^w$ ,  $r = 1, 2, \dots, n_R^w$  w 78 przekrojach wodowskazowych, czyli 936 szeregów niżówek maksymalnych rocznych (dalej nazywanych skrótowo niżówkami maksymalnymi).

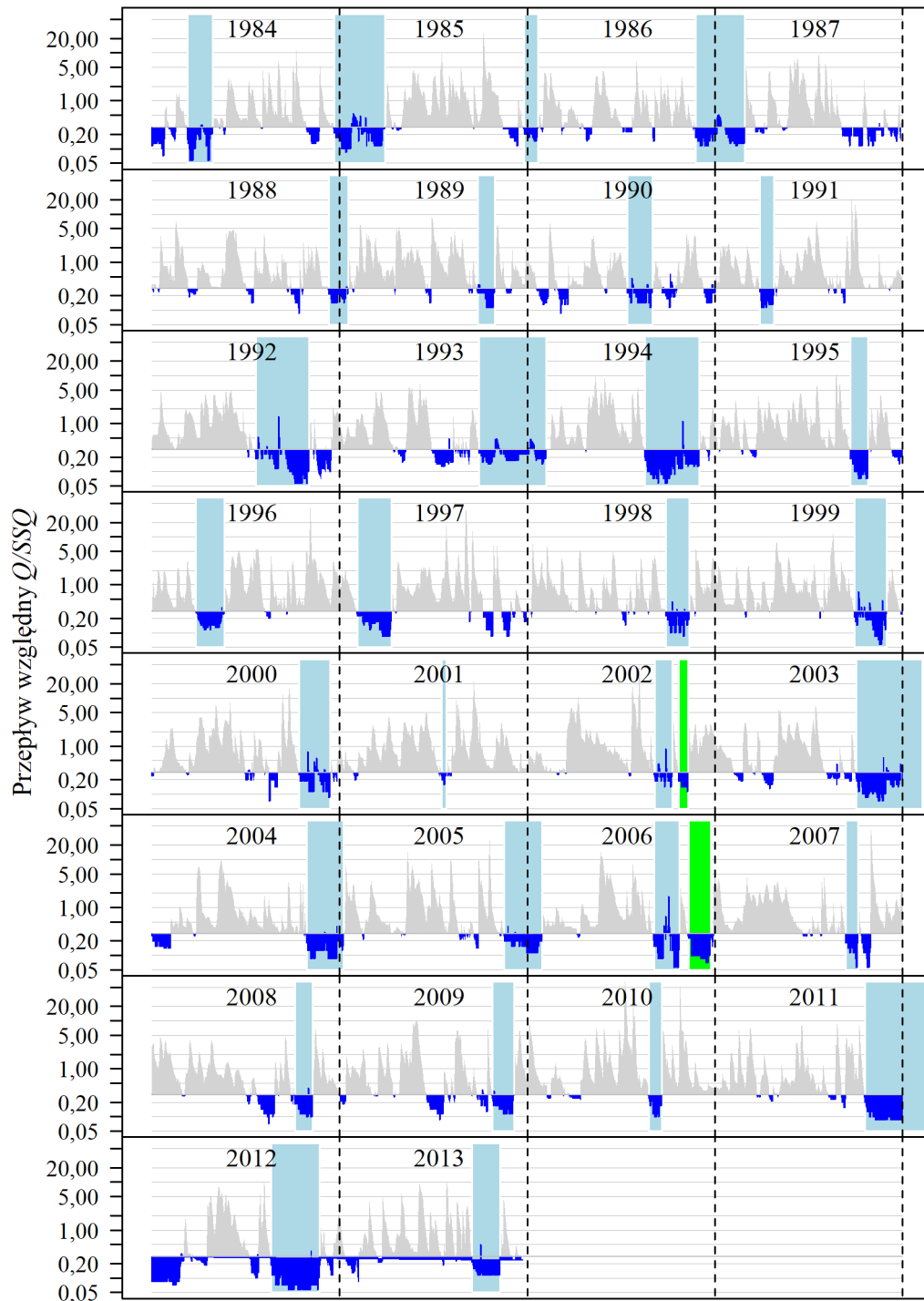
Czas pomiędzy kolejnymi niżówkami maksymalnymi rocznymi jest na ogół tak długi, że można zakładać niezależność ich charakterystyk (zob. rys. 4.1). Niezależność zdarzeń losowych jest założeniem koniecznym przy estymacji rozkładu prawdopodobieństwa tych charakterystyk.

Przykładowa ilustracja czasowej lokalizacji niżówek maksymalnych POT w jednym przekroju wodowskazowym w wieloleciu 1984-2013 jest przedstawiona na rys. 4.1, a niżówek maksymalnych SPA – na rys. 4.2.



Rys. 4.1. Lokalizacja czasowa niżówek maksymalnych rocznych POT-70% w badanym 30-leciu w przekroju Łękawica/Kocierzanka. Czas trwania niżówki jest równy szerokości niebieskiego prostokąta, a kolorem zielonym zaznaczono niżówkę  $V_{max}$ , której czas trwania jest krótszy od czasu trwania niżówki  $T_{max}$ .

Fig. 4.1. Temporal location of the maximum annual POT-70% droughts in the 30-year period in Łękawica/Kocierzanka section. The drought duration is equal to the width of the blue rectangle and the drought  $V_{max}$ , the duration of which is shorter than the duration of the drought  $T_{max}$ , is marked in green.

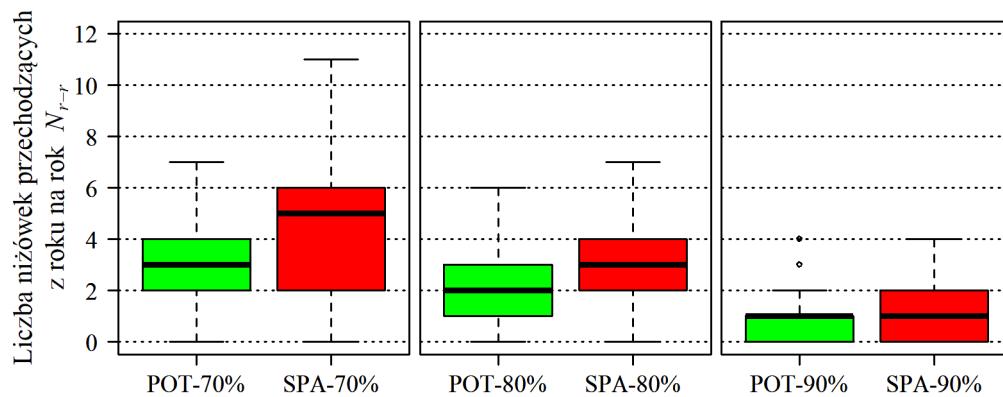


Rys. 4.2. Lokalizacja czasowa niżówek maksymalnych rocznych POT-70% w badanym 30-leciu w przekroju Łękawica/Kocierzanka. Czas trwania niżówki jest równy szerokości niebieskiego prostokąta, a kolorem zielonym zaznaczono niżówkę  $V_{max}$ , której czas trwania jest krótszy od czasu trwania niżówki  $T_{max}$ .

Fig. 4.2. Temporal location of the maximum annual POT-70% droughts in the 30-year period in Łękawica/Kocierzanka section. The drought duration is equal to the width of the blue rectangle and the drought  $V_{max}$ , the duration of which is shorter than the duration of the drought  $T_{max}$ , is marked in green.

Podobnie jak w przypadku niżówek omawianych wcześniej, niżówki maksymalne występujące na przełomie lat hydrologicznych są przypisywane do roku, w którym znajduje się ich środek. Liczba  $N_{r-r}$  takich niżówek zależy od przyjętej metody

wyznaczania niżówek i przyjętego przepływu granicznego i jest największa dla niżówek SPA-70% (rys. 4.3).

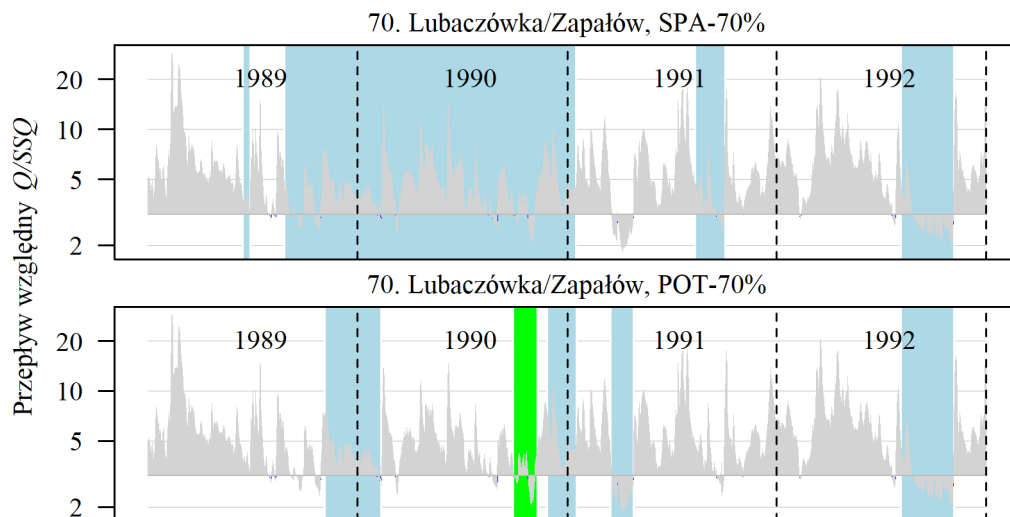


Rys. 4.3. Rozkład liczby  $N_{r-r}$  przechodzących z roku na rok niżówek POT i SPA, w okresie 1984-2013, dla trzech wartości  $Q_g$ , w 78 przekrojach.

Fig. 4.3. Distribution of the number  $N_{r-r}$ , POT and SPA droughts overlapping the next year, in the period 1984-2013, for three  $Q_g$  values, in 78 cross-sections.

Przy wysokim przepływie granicznym, szczególnie przy zastosowaniu do obliczeń metody SPA, mogą pojawić się niżówki dłuższe niż rok (Tallaksen 1997). Z tego powodu Tallaksen i in. (1997) zalecają by w przypadku definiowania niżówki metodą SPA przyjmować przepływ graniczny nie większy niż  $Q_{70\%}$ , podczas gdy stosowanie metody POT pozwala na przyjęcie wyższego  $Q_g$ , nawet  $Q_{50\%}$ .

Czas trwania jednej z niżówek SPA-70%, w Zapałowie na Lubaczówce, wyniósł aż 509 dni. Ponieważ niżówka ta trwała od 27 czerwca 1989 r. do 17 listopada 1990 r., zatem obejmowała trzy lata hydrologiczne (rys. 4.4). Niżówka SPA-70% w tym przekroju zostanie wyłączona z dalszych analiz.



Rys. 4.4. Niżówka maksymalna SPA o czasie trwania dłuższym od 1 roku (1989-1991).

Dla porównania analogiczny okres czasu z niżówkami POT. Czas trwania niżówki jest równy szerokości niebieskiego prostokąta, a kolorem zielonym zaznaczono niżówkę  $V_{max}$ , której czas trwania jest krótszy od czasu trwania niżówki  $T_{max}$ .

Fig. 4.4. The maximum drought SPA with a duration longer than 1 year (1989-1991). For comparison, the same period of time with the POT droughts. The drought duration is equal to the width of the blue rectangle, and the drought  $V_{max}$ , the duration of which is shorter than the duration of the drought  $T_{max}$ , is marked in green.

## 4.2. Średnie wartości czasu trwania i objętości niżówki maksymalnej

Na podstawie ciągu wartości charakterystyki  $X_{max}$  niżówki maksymalnej w wieloletniu w przekroju wodowskazowym  $w$ , określono średnią jej wartość w latach niżówkowych:

$$\bar{X}_{max}^w = \frac{1}{n_R^w} \sum_{r=1}^{n_R^w} X_{max,r}^w, \quad X = T, V, \quad r \in R^w, \quad w = 1, 2, \dots, n_{wod} \quad (4.2)$$

gdzie:

$n_{wod}$  – liczba przekrojów wodowskazowych  $w$ ,

$n_R^w$  – liczba lat z niżówką przekroju wodowskazowym  $w$ ,

$X_{max,r}^w$  – charakterystyka niżówki maksymalnej rocznej w przekroju  $w$  w roku  $r$

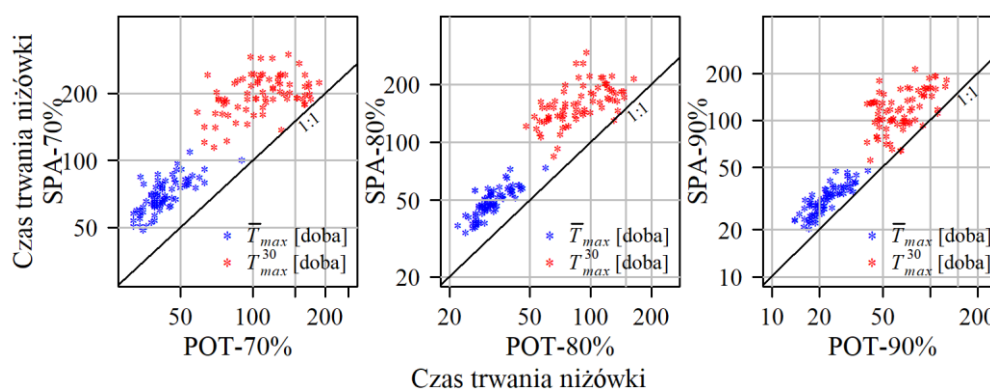
Obliczono także największą wartość charakterystyki  $X_{max}$  w badanym 30-leciu:

$$X_{max}^{w,30} = \max_{r \in R^w} \{X_{max,r}^w\}, \quad X = T, V, \quad w = 1, 2, \dots, n_{wod} \quad (4.3)$$

a także średnie obszarowe  $\bar{\bar{X}}_{max}$  i  $\bar{\bar{X}}_{max}^{30}$  średnich charakterystyk  $\bar{X}_{max}^w$  i maksymalnych charakterystyk  $X_{max}^{w,30}$ :

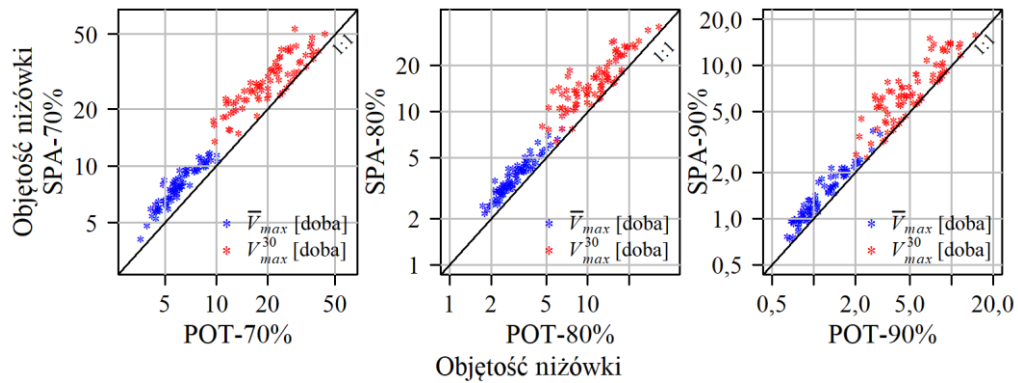
$$\bar{\bar{X}}_{max} = \frac{1}{n_{wod}} \sum_{i=1}^{n_{wod}} \bar{X}_{max}^w, \quad \bar{\bar{X}}_{max}^{30} = \frac{1}{n_{wod}} \sum_{i=1}^{n_{wod}} X_{max}^{w,30} \quad (4.4)$$

Niezależnie od przyjętego przepływu granicznego, zarówno średnie  $\bar{T}_{max}^w$  oraz najdłuższe  $T_{max}^{w,30}$  w okresie 1984-2013 czasy trwania, jak i średnie  $\bar{V}_{max}^w$  oraz największe w 30-leciu  $V_{max}^{w,30}$  objętości niżówek maksymalnych SPA, są niemniejsze od średnich i największych charakterystyk niżówek maksymalnych wyznaczonych metodą POT (rys. 4.5 i rys. 4.6).



Rys. 4.5. Porównanie średnich czasów  $\bar{T}_{max}$  oraz najdłuższych  $T_{max}^{30}$  czasów trwania niżówki maksymalnej POT i SPA, w okresie 1984-2013, dla trzech wartości  $Q_g$ , w 78 przekrojach (a w przypadku niżówki SPA-70% w 77 przekrojach).

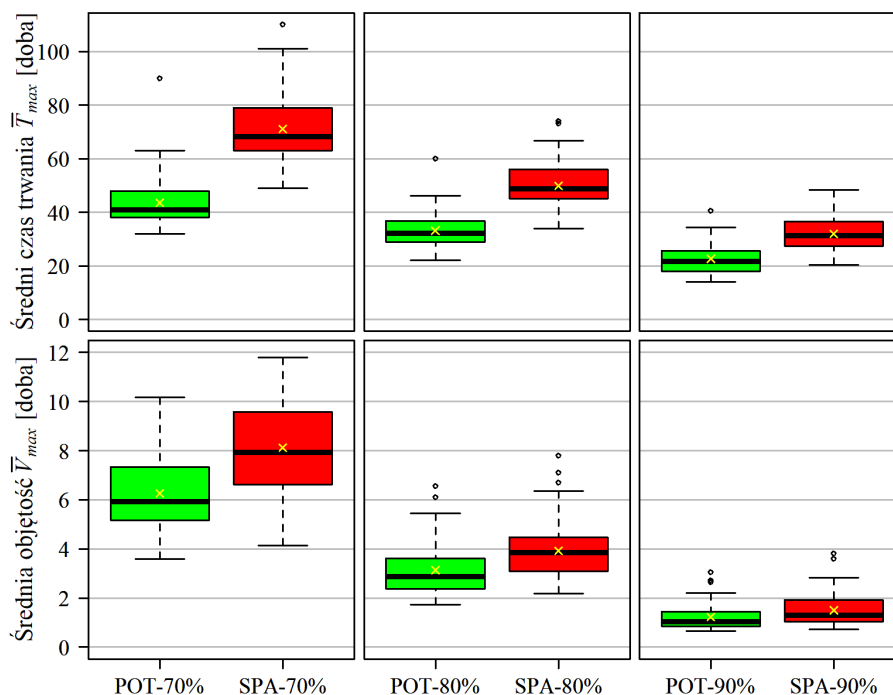
Fig. 4.5. Comparison of the average duration  $\bar{T}_{max}$  and the longest duration  $T_{max}^{30}$  of POT and SPA droughts in the period 1984-2013, for three  $Q_g$  values, in 78 cross-sections (and in the case of SPA-70% drought in 77 sections).



Rys. 4.6. Porównanie średnich  $\bar{V}_{max}$  oraz największych  $V_{max}^{30}$  objętości niżówki maksymalnej POT i SPA w okresie 1984-2013, dla trzech wartości  $Q_g$ , w 78 przekrojach (a w przypadku niżówki SPA-70% w 77 przekrojach).

Fig. 4.6. Comparison of the average  $\bar{V}_{max}$  and the largest  $V_{max}^{30}$  volumes of POT and SPA droughts in the period 1984-2013, for three  $Q_g$  values, in 78 cross-sections (and in the case of drought SPA-70% in 77 sections).

W zależności od wartości przepływu granicznego, niżówka maksymalna trwała średnio na obszarze w badanym wieloleciu: 71,0 doby (SPA-70%), 50,0 dob (SPA-80%) i 31,9 doby (SPA-90%). Średnie czasy trwania  $\bar{T}_{max}$  średniej z wielolecia niżówki maksymalnej SPA są dłuższe od  $\bar{T}_{max}$  niżówki maksymalnej POT odpowiednio o 39% (przy  $Q_{70\%}$ ), o 34% (przy  $Q_{80\%}$ ) i o 29% (przy  $Q_{90\%}$ ) (rys. 4.7).



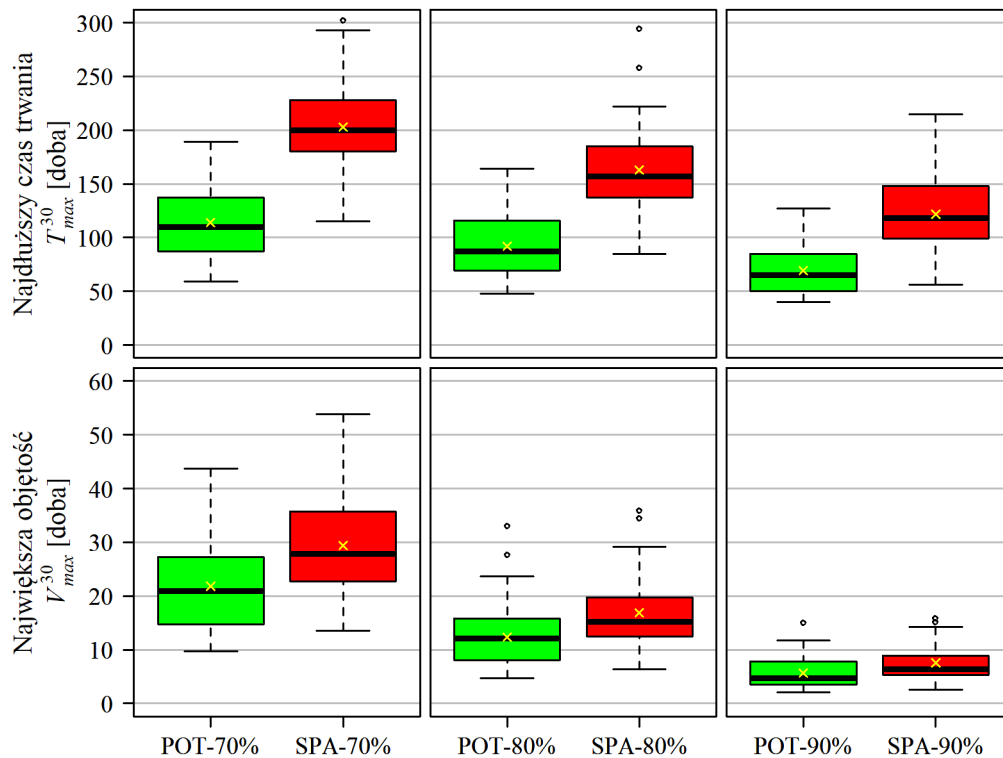
Rys. 4.7. Rozkład średniego czasu  $\bar{T}_{max}$  trwania i średniej  $\bar{V}_{max}$  objętości niżówek maksymalnych POT i SPA, w okresie 1984-2013, dla trzech wartości  $Q_g$ , w 78 przekrojach (a w przypadku niżówki SPA-70% w 77 przekrojach).

Fig. 4.7. Distribution of the average duration  $\bar{T}_{max}$  and volume  $\bar{V}_{max}$  of the maximum POT and SPA droughts, in the period 1984-2013, for three  $Q_g$  values, in 78 cross-sections (and in the case of drought SPA-70% in 77 sections).



Średnia objętość  $\bar{V}_{max}$  niżówki maksymalnej SPA na obszarze w latach 1984-2013 wyniosła, w zależności od  $Q_g$ : 8,1 doby (przy  $Q_{70\%}$ ), 3,9 doby (przy  $Q_{80\%}$ ) i 1,5 doby (przy  $Q_{90\%}$ ) i jest większa od średniej objętości  $\bar{V}_{max}$  niżówki maksymalnej POT o 29% (przy  $Q_{70\%}$ ), 26% (przy  $Q_{80\%}$ ) i 23% (przy  $Q_{90\%}$ ) (rys. 4.7).

Średnio na obszarze najdłuższe niżówki maksymalne SPA trwały: 202,6 doby ( $Q_{70\%}$ ), 163,1 doby ( $Q_{80\%}$ ) oraz 122,2 doby ( $Q_{90\%}$ ) i są dłuższe od średnich obszarowych czasów  $\bar{T}_{max}^{30}$  trwania niżówki POT o 78% (przy wszystkich przepływach granicznych) (rys. 4.8). Średnie największe objętości  $\bar{V}_{max}^{30}$  niżówki SPA na badanym obszarze wyniosły odpowiednio: 29,3 doby ( $Q_{70\%}$ ), 16,8 doby ( $Q_{80\%}$ ) oraz 7,5 doby ( $Q_{90\%}$ ) i są większe około 1,3-krotnie od  $\bar{V}_{max}^{30}$  niżówek POT.

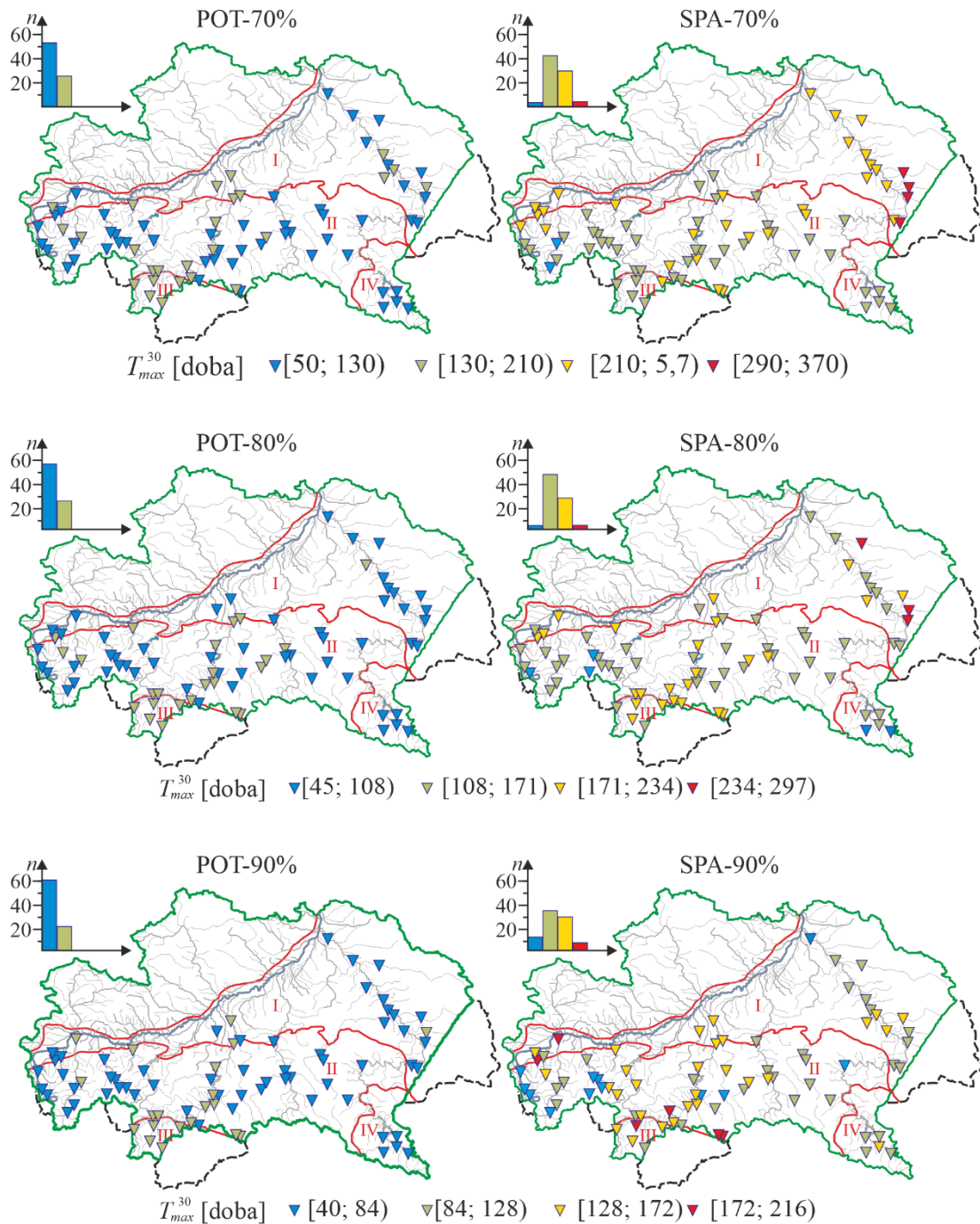


Rys. 4.8. Rozkład najdłuższych czasów  $T_{max}^{w,30}$  trwania oraz największej objętości  $V_{max}^{w,30}$  niżówek maksymalnych POT i SPA, w okresie 1984-2013, dla trzech wartości  $Q_g$ , w 77 przekrojach (a w przypadku niżówki SPA-70% w 77 przekrojach).

Fig. 4.8. Distribution of the longest duration  $T_{max}^{w,30}$  and the largest volume  $V_{max}^{w,30}$  of the maximum POT and SPA droughts, in the period 1984-2013, for three  $Q_g$  values, in 77 cross-sections (and in the case of SPA-70% drought in 77 cross-sections).

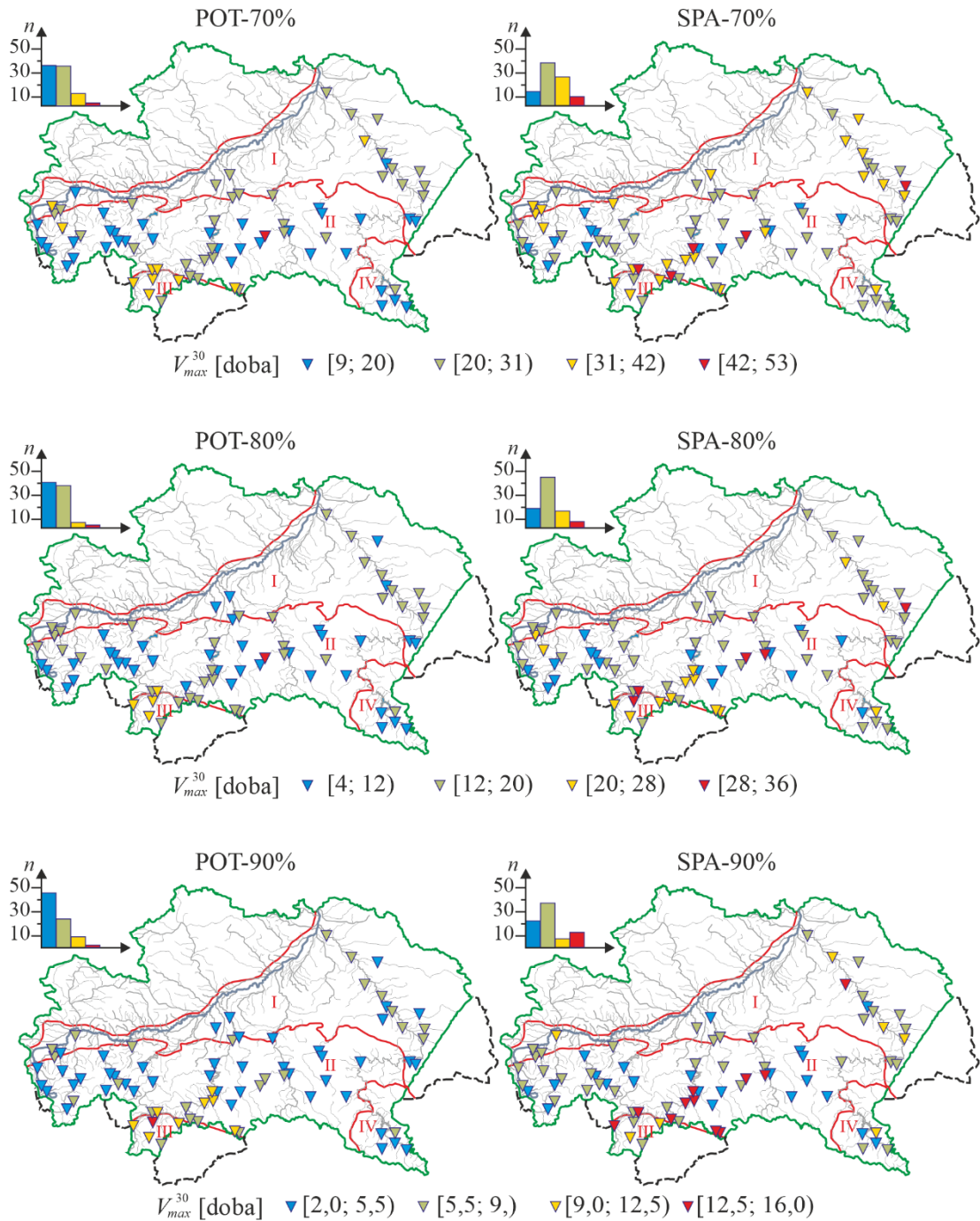
Najmniejsze wartości  $T_{max}^{w,30}$  oraz  $V_{max}^{w,30}$  (dla niżówki POT-70%  $T_{max}^{w,30}$  mniejsze niż 70 dob i  $V_{max}^{w,30} < 12$  dob, dla POT-80%  $T_{max}^{w,30} < 60$  dob i  $V_{max}^{w,30} < 7$  dob, dla POT-90%  $T_{max}^{w,30} < 50$  dob i  $V_{max}^{w,30} < 3$  doby, SPA-70%  $T_{max}^{w,30} < 130$  dob i  $V_{max}^{w,30} < 20$  dob, SPA-80%  $T_{max}^{w,30} < 100$  dob i  $V_{max}^{w,30} < 11$  dob, SPA-90%  $T_{max}^{w,30} < 80$  dob i  $V_{max}^{w,30} < 4$  doby) wystąpiły w zachodniej i środkowej części Karpat. Minimalne wartości  $T_{max}^{w,30}$  zanotowano w badanym 30-leciu w przekrojach: Sucha na Stryszawce (dla niżówek POT-70% i POT-90%), Żółków na Wiśloce (POT-80%), Rajcza na Sole (SPA-70%), Wiśla na Wiśle (SPA-80%)

i Sucha na Skawie (SPA-90%) (rys. 4.9), a minimalne wartości  $V_{max}^{w,30}$  zaobserwowane zostały w przekrojach: Dynów na Sanie (POT-70%), Grybów na Białej (dla niżówek POT-80% i POT-90%), Rajcza na Sole (SPA-70% i SPA-80%) i Zboiska na Jasiołce (SPA-90%) (rys. 4.10).



Rys. 4.9. Rozkład przestrzenny najdłuższego w okresie 1984-2013 czasu  $T_{max}^{30}$  trwania niżówek maksymalnych POT i SPA, dla trzech wartości  $Q_g$  wraz z histogramem  $T_{max}^{30}$ , na badanym obszarze, na tle regionów fizyczno-geograficznych.

Fig. 4.9. Spatial distribution of the longest duration  $T_{max}^{30}$  of the maximum droughts POT and SPA in the period 1984-2013, for three  $Q_g$  values with a histogram  $T_{max}^{30}$ , in the studied area, within the physical and geographical regions.



Rys. 4.10. Rozkład przestrzenny największej w okresie 1984-2013 objętości  $V_{max}^{30}$  niżówek maksymalnych POT i SPA, dla trzech wartości  $Q_g$  wraz z histogramem  $V_{max}^{30}$  na badanym obszarze, na tle regionów fizyczno-geograficznych.

Fig. 4.10. Spatial distribution of the largest volume  $V_{max}^{30}$  of maximum droughts POT and SPA in the period 1984-2013, for three  $Q_g$  values with a histogram  $V_{max}^{30}$  in the investigation area, within the physical and geographical regions.

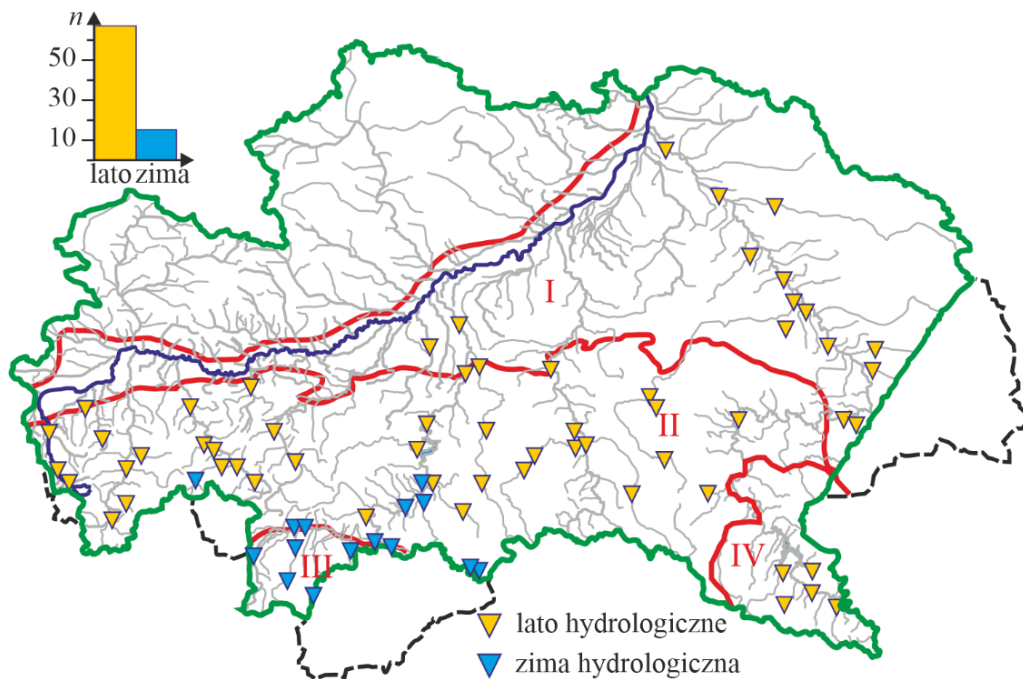
Najdłuższe i o największej objętości niżówki maksymalne POT (dla niżówki POT-70%  $T_{max}^{w,30} > 160$  dób i  $V_{max}^{w,30} > 35$  dób, dla POT-80%  $T_{max}^{w,30} > 140$  dób i  $V_{max}^{w,30} < 25$  dób, dla POT-90%  $T_{max}^{w,30} > 120$  dób i  $V_{max}^{w,30} > 10$  dób) wystąpiły w okresie 1984-2013 na

obszarze Tatr i Podhala, a najdłuższe i o największej objętości niżówki maksymalne SPA (SPA-70%  $T_{max}^{w,30} > 240$  dób i  $V_{max}^{w,30} > 40$  dób, SPA-80%  $T_{max}^{w,30} > 200$  dób i  $V_{max}^{w,30} > 25$  dób, SPA-90%  $T_{max}^{w,30} > 160$  dób i  $V_{max}^{w,30} > 10$  dób) zaobserwowane zostały na obszarze Tatr i Podhala oraz na Podkarpaciu (rys. 4.9 i rys. 4.10).

Maksymalne wartości  $T_{max}^{w,30}$  w wieloleciu wystąpiły w zlewni Dunajca w przekrojach: Niedzica (dla niżówek POT-70%), Czchów (POT-80%), Szaflary (POT-90%) i Muszyna (SPA-90%) oraz w zlewni Sanu w przekroju Charytany (SPA-80%). Maksymalne wartości  $V_{max}^{w,30}$  w badanym 30-leciu wystąpiły w zlewni Dunajca, w przekrojach Koniówka (POT-70%), Szaflary (POT-80%, POT-90% i SPA-90%), oraz w Klęczanach na Ropie (SPA-70% i SPA-80%).

### 4.3. Sezonowość początku i końca niżówki maksymalnej

Na większości badanego obszaru niżówki maksymalne zaczynają się w hydrologicznym półroczu letnim, a w zlewni Dunajca, przede wszystkim w Tatrach i na Podhalu – w półroczu zimowym (rys. 4.11).



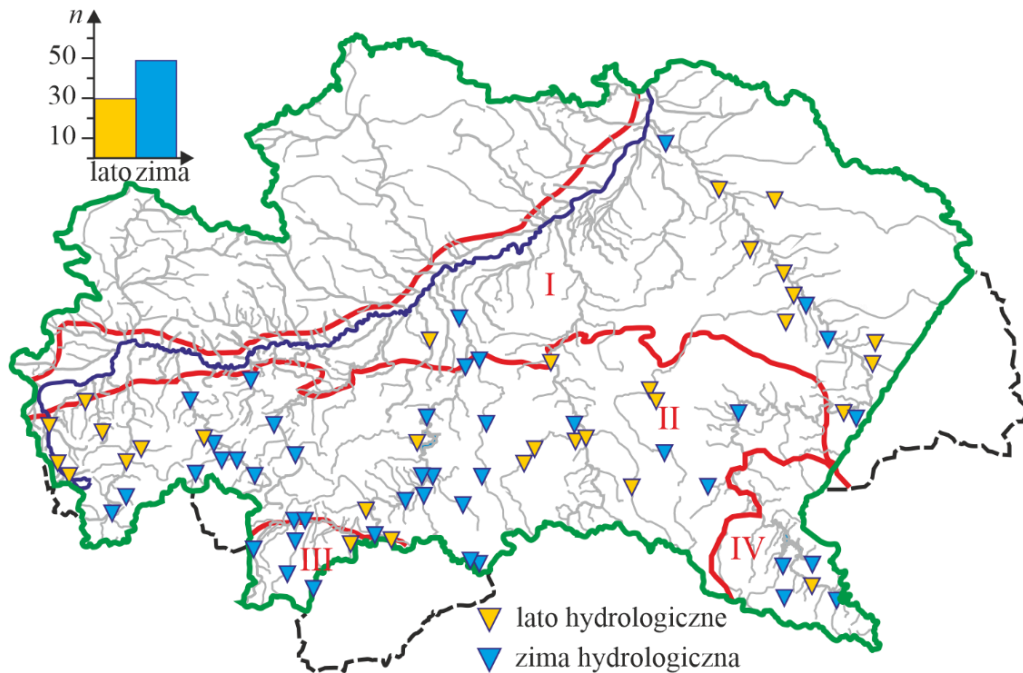
Rys. 4.11. Rozkład przestrzenny hydrologicznych półroczy, w których w badanym 30-leciu częściej rozpoczęła się niżówka maksymalna POT-70% w danym przekroju, na tle regionów fizyczno-geograficznych.

Fig. 4.11. Spatial distribution of hydrological half-years, in which the POT-70% maximum drought in a given cross-section began more often in the 30-year period, within the physical and geographical regions.

Niżówki maksymalne natomiast często kończą się hydrologiczną zimą, nie tylko w zlewni górnego Dunajca ale także w Bieszczadach, środkowej części Beskidów i w kilku przekrojach na obszarze Podkarpacia (rys. 4.12).

Rozpatrując sezonowość czasu początku i końca niżówki w poszczególnych porach roku kalendarzowego, niżówki maksymalne roczne są zazwyczaj niżówkami jesiennymi. W górach (w Tatrach i na Podhalu) niżówki maksymalne rozpoczynają się później niż w pozostałej części obszaru. Niżówki maksymalne na obszarze Podhala

i Tatr najczęściej zaczynają się jesienią i kończą zimą (rys. 4.13 i rys. 4.14).



Rys. 4.12. Rozkład przestrzenny hydrologicznych półroczy, w których w badanym 30-leciu częściej zakończyła się niżówka maksymalna POT-70% w danym przekroju, na tle regionów fizyczno-geograficznych.

Fig. 4.12. Spatial distribution of hydrological half-years, in which the maximum drought POT-70% in a given cross-section more often ended in the 30-year period, within the physical and geographical regions.

Na podstawie obliczonej w każdym przekroju wodowskazowym w liczbie początków  $n_{tp,m}^{w,max}$  i końców  $n_{tk,m}^{w,max}$  niżówek maksymalnych w miesiącu  $m$  w wieloleciu, zostały wyznaczone wartości średnich względnych miesięcznych liczb początków i końców niżówek maksymalnych w wieloleciu:

- w przekroju wodowskazowym  $w$ :

$$\bar{n}_{\%tp,m}^{w,max} = \frac{100}{l_m} n_{tp,m}^{w,max}, \quad \bar{n}_{\%tk,m}^{w,max} = \frac{100}{l_m} n_{tk,m}^{w,max}, \quad m = 1, 2, \dots, 12, \quad w = 1, 2, \dots, n_{wod} \quad (4.5)$$

gdzie:

$n_{wod}$  – liczba przekrojów wodowskazowych w

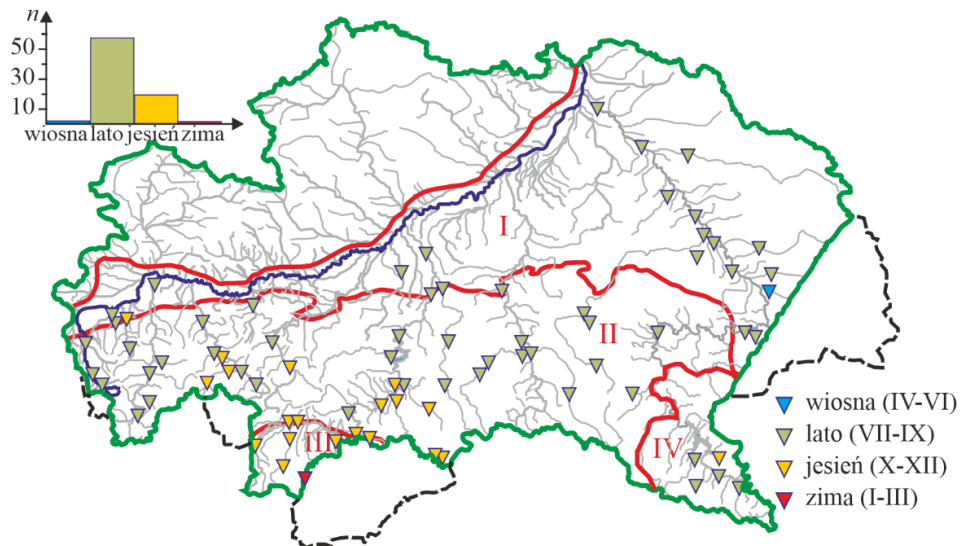
$n_{tp,m}^{w,max}$  – liczba początków niżówek maksymalnych w miesiącu  $m$ , w przekroju  $w$ , w wieloleciu,

$n_{tk,m}^{w,max}$  – liczba końców niżówek maksymalnych w miesiącu  $m$ , w przekroju  $w$ , w wieloleciu,

$l_m$  – liczba dni w miesiącu  $m$ ,

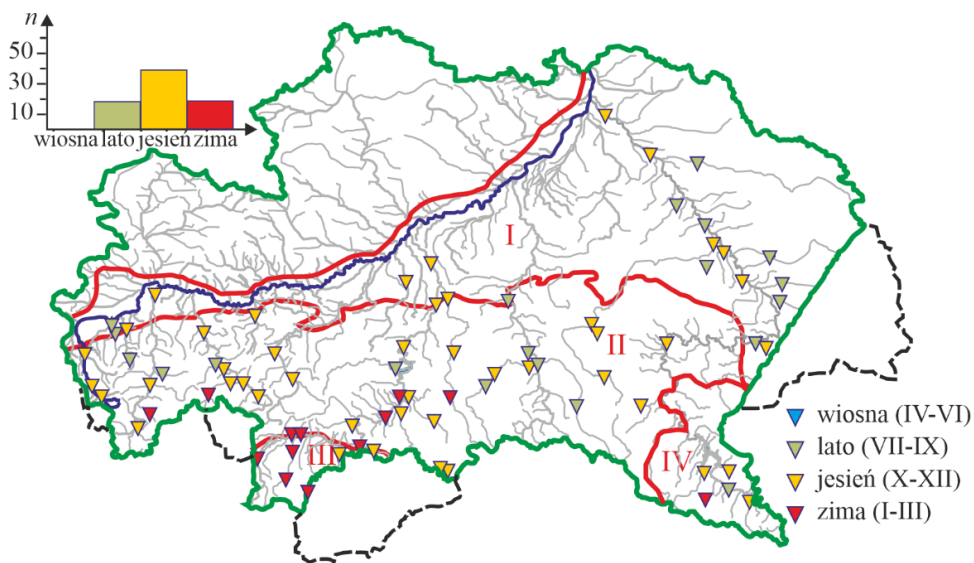
- na obszarze:

$$\bar{n}_{\%tp,m}^{max} = \frac{1}{n_{wod}} \sum_{w=1}^{n_{wod}} n_{tp,m}^{w,max}, \quad \bar{n}_{\%tk,m}^{max} = \frac{1}{n_{wod}} \sum_{w=1}^{n_{wod}} n_{tk,m}^{w,max}, \quad m = 1, 2, \dots, 12 \quad (4.6)$$



Rys. 4.13. Rozkład przestrzenny pór roku kalendarzowego, w których w badanym 30-leciu najczęściej rozpoczęła się niżówka maksymalna POT-70% w danym przekroju, na tle regionów fizyczno-geograficznych.

Fig. 4.13. Spatial distribution of the seasons of the calendar year in which the maximum drought POT-70% in a given cross-section usually began in the 30-year period, within the physical and geographical regions.

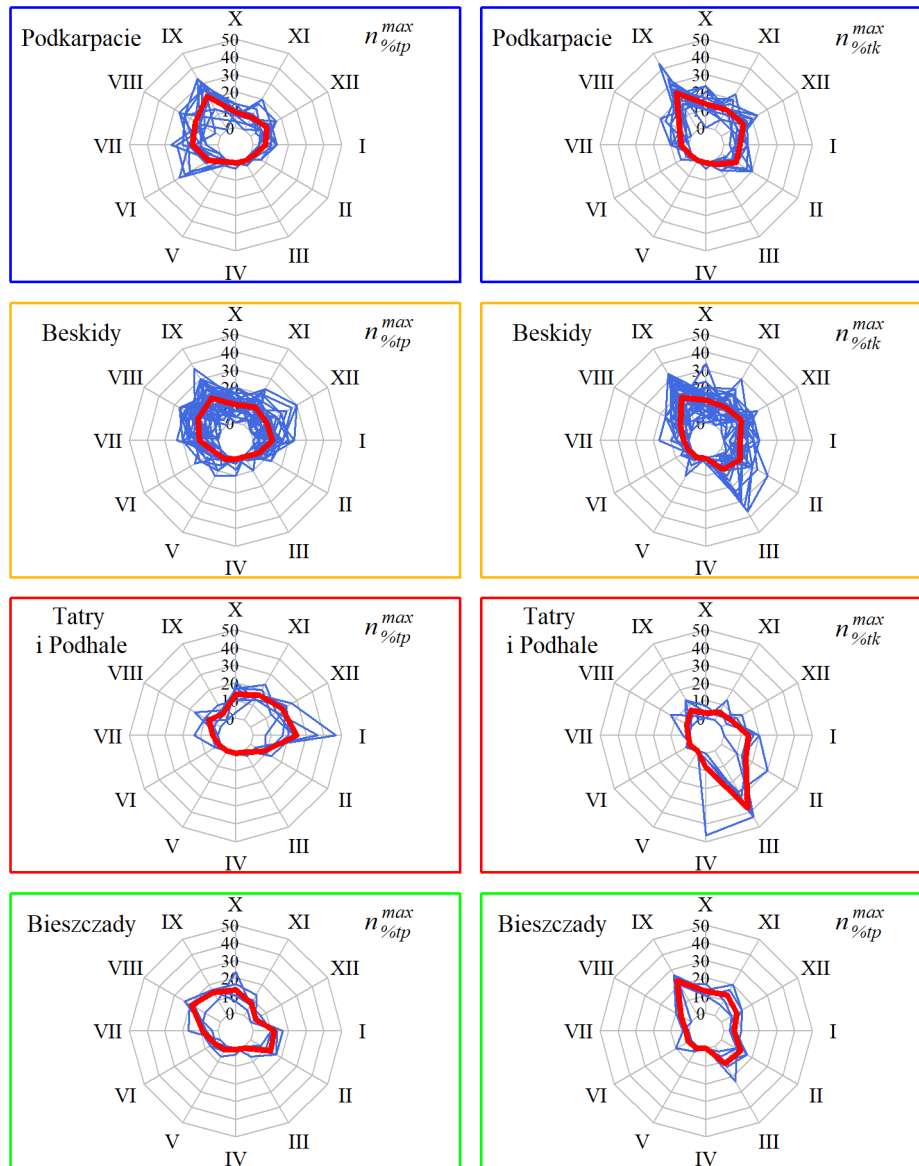


Rys. 4.14. Rozkład przestrzenny pór roku kalendarzowego, w których w badanym 30-leciu najczęściej zakończyła się niżówka maksymalna POT-70% w danym przekroju, na tle regionów fizyczno-geograficznych.

Fig. 4.14. Spatial distribution of the seasons of the calendar year in which the maximum drought POT-70% in a given cross-section usually ended in the 30-year period, within the physical and geographical regions.

Sezonowość początku i końca niżówki maksymalnej w Tatrach i na Podhalu ma inny przebieg niż na pozostałym obszarze (rys. 4.15). Ponadto zmienność śródroczna początku i końca niżówki surowej jest inna niż niżówki maksymalnej. Z tego powodu na rys. 4.15 porównano rozkłady w roku średniej obszarowej liczby początków  $\bar{n}_{p,m}^{max}$  oraz końców  $\bar{n}_{k,m}^{max}$  niżówek maksymalnych oraz średniej obszarowej liczby początków  $\bar{n}_{p,m}$  i końców  $\bar{n}_{k,m}$  niżówek surowych w okresie 1984-2013, oddzielnie dla Tatr

i Podhala, a osobno dla pozostałych regionów fizyczno-geograficznych. Dla zwiększenia czytelności wyników w tabelicy 4.1 zebrano maksymalne i minimalne wartości wspomnianych zmiennych  $\bar{n}_{tp,m}^{max}$ ,  $\bar{n}_{tk,m}^{max}$ ,  $\bar{n}_{tp,m}$  i  $\bar{n}_{tk,m}$ .



Rys. 4.15. Przebieg w roku średniej w przekroju w na badanym obszarze liczby początków  $\bar{n}_{\%tp}^{max}$  i końców  $\bar{n}_{\%tk}^{max}$  niżówki maksymalnej  $T_{max}$ , POT-70% dla różnych regionów fizyczno-geograficznych. Czerwoną linią oznaczono względne średnie obszarowe wartości  $\bar{n}_{\%tp}^{max}$  i  $\bar{n}_{\%tk}^{max}$ .

Fig. 4.15. The distribution of the monthly average the number of beginnings  $\bar{n}_{\%tp}^{max}$  and ends  $\bar{n}_{\%tk}^{max}$  of the maximum  $T_{max}$ , drought POT-70% for physical and geographical regions. The red line represents the relative area mean values of  $\bar{n}_{\%tp}^{max}$  and  $\bar{n}_{\%tk}^{max}$ .

Tablica 4.1.

Miesiące wystąpienia ekstremalnych wartości średniej liczby początków  $\bar{n}_{ip,m}^{max}$  i końców  $\bar{n}_{ik,m}^{max}$  niżówek maksymalnych POT i SPA na obszarze Tatr i Podhala (indeks górny  $G$ , obszar III) oraz na pozostałej części badanego obszaru (indeks górny  $P$ , obszary I, II i IV), w okresie 1984-2013, dla trzech wartości  $Q_g$

Table 4.1.

Months of occurrence of extreme values of the average number of beginnings  $\bar{n}_{ip,m}^{max}$  and ends  $\bar{n}_{ik,m}^{max}$  of maximum POT and SPA droughts in the Tatra Mountains and Podhale (superscript  $G$ , area III) and in the remaining part of the studied area (superscript  $P$ , areas I, II and IV), in the period 1984-2013, for three  $Q_g$  values

Obszar	Charakterystyka	POT-70%	POT-80%	POT-90%	SPA-70%	SPA-80%	SPA-90%
Miesiąc wystąpienia wartości max( $\bar{n}_{ip,m}^{max}$ )							
III	$\bar{n}_{ip,m}^{max,G}$	I	I	II	I	I	XII
I, II, IV	$\bar{n}_{ip,m}^{max,P}$	IX	IX	IX	VIII	IX	IX
Miesiąc wystąpienia wartości min( $\bar{n}_{ip,m}^{max}$ )							
III	$\bar{n}_{ip,m}^{max,G}$	IV	IV	IV	IV	IV	IV
I, II, IV	$\bar{n}_{ip,m}^{max,P}$	IV	IV	IV	III	IV	IV
Miesiąc wystąpienia wartości max( $\bar{n}_{ik,m}^{max}$ )							
III	$\bar{n}_{ip,m}^{max,G}$	III	III	III	III	III	III
I, II, IV	$\bar{n}_{ip,m}^{max,P}$	IX	IX	IX	IX	IX	IX
Miesiąc wystąpienia wartości min( $\bar{n}_{ik,m}^{max}$ )							
III	$\bar{n}_{ip,m}^{max,G}$	V	V	V	V	V	V
I, II, IV	$\bar{n}_{ip,m}^{max,P}$	IV	IV	IV	IV	IV	IV

Niżówki maksymalne w Bieszczadach oraz w Beskidach najczęściej zaczynają się we wrześniu, a w południowo wschodniej części badanego obszaru już pojawiają się już w sierpniu (rys. 4.15). W Tatrach i na Podhalu maksima średniej obszarowej liczby początków niżówek maksymalnych przypada najczęściej na styczeń.

Niżówki maksymalne najrzadziej zaczynają się w górach w maju, w pozostałych przypadkach minimum średniej obszarowej liczby tych niżówek zazwyczaj przypada na kwiecień. Z tablicy 4.1 wynika, że niżówki maksymalne zazwyczaj w Tatrach i na Podhalu kończą się w marcu, a najrzadziej w maju. W pozostałych regionach niżówki maksymalne kończą się najczęściej we wrześniu, a najrzadziej w kwietniu.

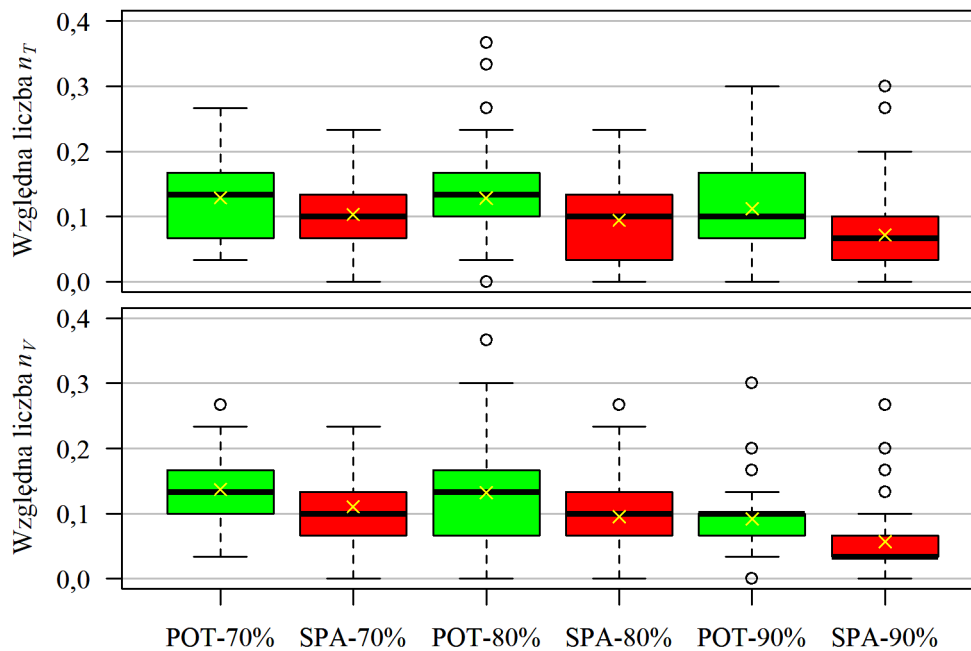
#### 4.4. Korelacja czasu trwania i objętości niżówki maksymalnej

Zwykle najdłuższa niżówka w roku jest jednocześnie niżówką o największej objętości, a ta o największej objętości zazwyczaj jest najdłuższą w roku, czyli  $T(V_{max}^w) = T_{max}^w$  oraz  $V(T_{max}^w) = V_{max}^w$ . Nie zawsze jednak niżówka  $T_{max}^w$  ma objętość  $V_{max}^w$ .

Średnia względna liczba  $n_T$  przypadków (albo inaczej średnia względna liczba lat), w których warunek  $T(V_{max}^w) = T_{max}^w$  nie jest spełniony wynosi 12,8% (dla niżówek POT-70%), 13,6% (SPA-70%), 12,8% (POT-80%), 19,9% (SPA-80%), 11,2% (POT-90%) i 7,2% (SPA-90%). Natomiast średnia względna liczba  $n_V$  przypadków, w których  $V(T_{max}^w) \neq V_{max}^w$  wynosi 13,7% (dla niżówek POT-70%), 11,1% (SPA-70%), 12,9% (POT-80%), 9,4% (SPA-80%), 9,2% (POT-90%) i 5,6% (SPA-90%) (rys. 4.16). Są jednak dwa przekroje wodowskazowe, na których w ponad 30% przypadków



$T(V_{max}^w) \neq T_{max}^w$  oraz  $V(T_{max}^w) \neq V_{max}^w$ . Jest to przekrój Sucha na Stryszawce ( $V_{max}$ , POT-80%) i Tylmanowa na Ochotnicy ( $T_{max}$ , POT-80% i  $V_{max}$ , POT-80%).



Rys. 4.16. Względne liczby  $n_T$  i  $n_V$  lat w 30-leciu, w których  $T(V_{max}^w) \neq T_{max}^w$  oraz  $V(T_{max}^w) \neq V_{max}^w$  dla trzech  $Q_g$ , w 78 przekrojach (a w przypadku niżówki SPA-70% w 77 przekrojach).

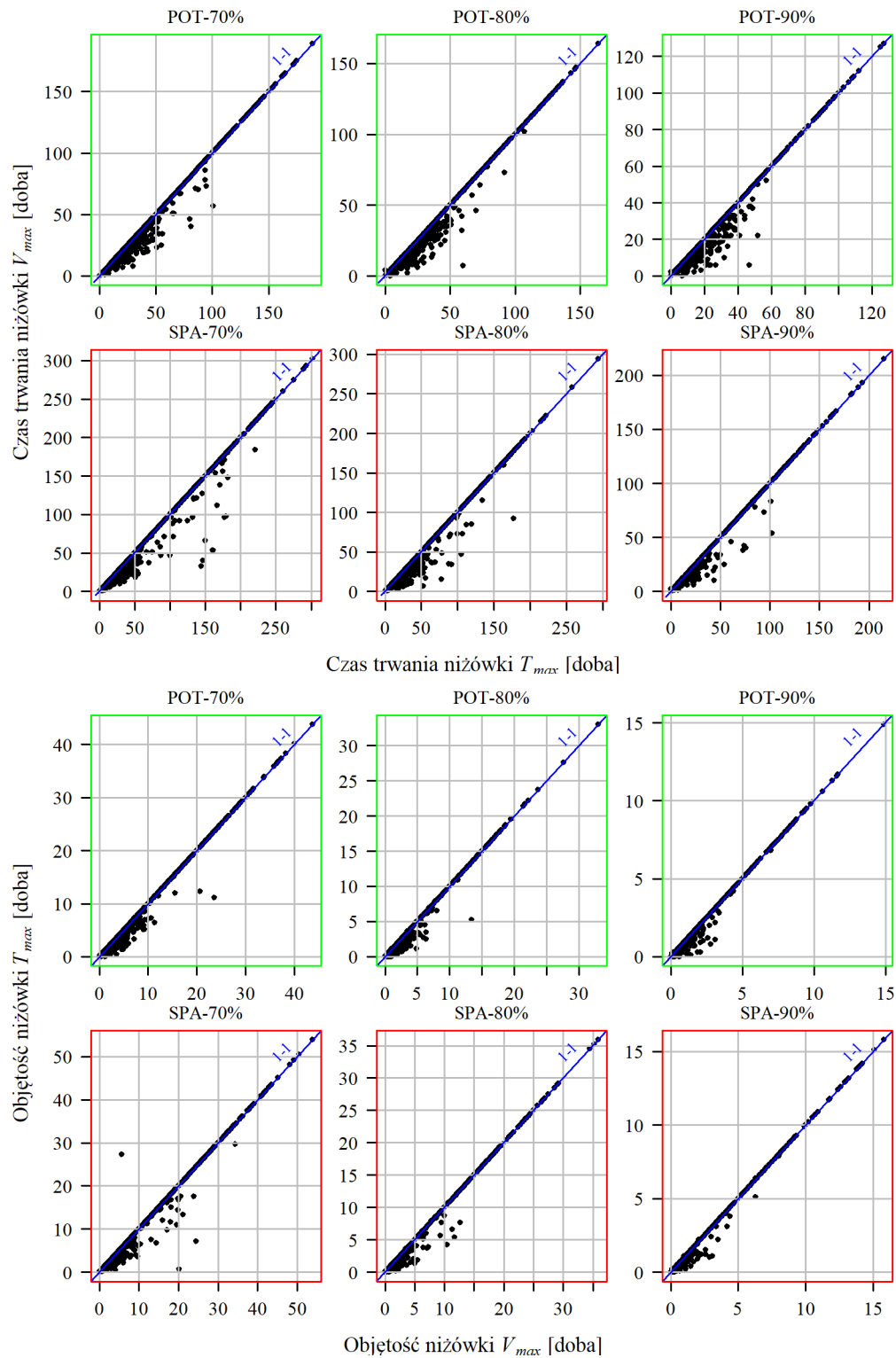
Fig. 4.16. Relative numbers of  $n_T$  i  $n_V$  years in the 30-year period, in which  $T(V_{max}^w) \neq T_{max}^w$  and  $V(T_{max}^w) \neq V_{max}^w$  for three  $Q_g$ , in 78 cross-sections (and in 77 sections for the SPA-70% drought).

Różnice między  $T_{max}^w - T(V_{max}^w)$  oraz  $V(T_{max}^w) - V_{max}^w$  są w większości przypadków dodatnie (rys. 4.17). We wszystkich analizowanych przypadkach czas trwania niżówki  $T_{max}^w$  jest mniejszy niż  $T(V_{max}^w)$ ; natomiast objętość  $V_{max}^w$  niżówki maksymalnej POT-70% jest mniejsza niż  $V(T_{max}^w)$  tej niżówki w 2,2% przypadków, różnica  $V(T_{max}^w) - V_{max}^w$  jest ujemna dla niżówki POT-80% – w 2% przypadków, dla POT-90% – w 0,47% przypadków, dla SPA-70% – w 3,6% przypadków, dla SPA-80% – w 1,9% przypadków, a dla SPA-90% – w 1,5% przypadków.

Jak już wspomniano nie zawsze niżówka  $T_{max}^w$  ma objętość  $V_{max}^w$ . Kwestia różnic  $T_{max}^w$  a  $T(V_{max}^w)$  i *vice versa* jest kwestią interesującą, gdyż uwidacznia podobieństwo  $T_{max}$  i  $V_{max}$  niżówek maksymalnych POT/SPA. Rys. 4.17 pokazuje, że dla niskich, niekiedy średnich, wartości  $T_{max}$  różnice  $T_{max} - T(V_{max})$  są wyraźnie dodatnie, a dla pozostałych  $T_{max}$  – zerowe. Analogiczna sytuacja dotyczy różnic  $V_{max} - V(T_{max})$  w funkcji  $V_{max}$ . Wynika stąd, że najbardziej interesujące z punktu widzenia pracy najwyższe wartości  $T_{max}$  i  $V_{max}$  dotyczą przeważnie tej samej niżówki.

Odchyłki względne  $\delta_T$  i  $\delta_V$  czasu trwania i objętości zdefiniowane są jako:

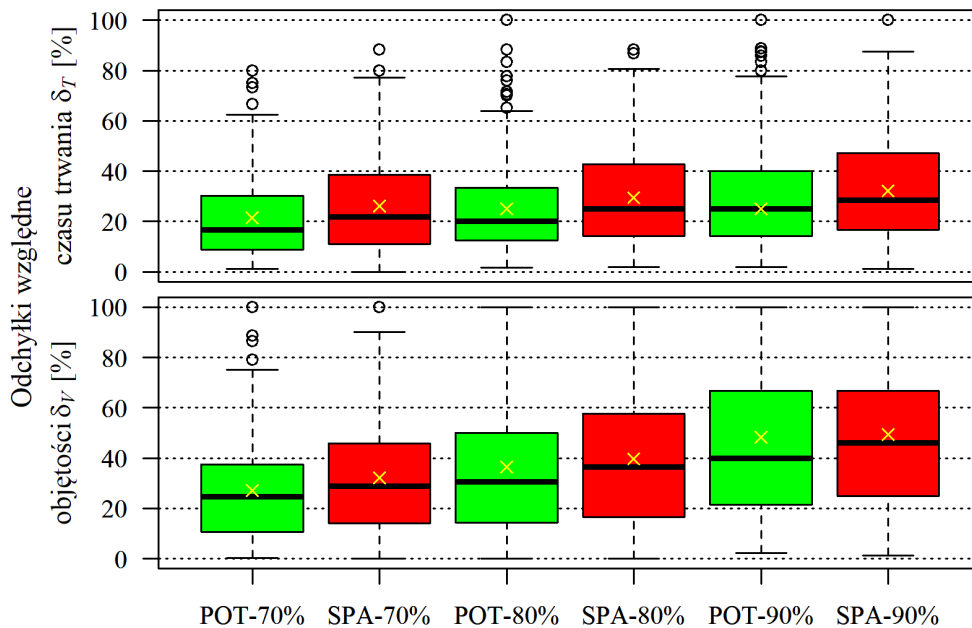
$$\delta_T = \frac{T_{max}^w - T(V_{max}^w)}{T_{max}^w}, \quad \delta_V = \frac{V_{max}^w - V(T_{max}^w)}{V_{max}^w}, \quad w = 1, 2, \dots, 77 \quad (4.7)$$



Rys. 4.17. Zależność między  $T(V_{max}^w)$  a  $T_{max}$  oraz między  $V(T_{max}^w)$  a  $V_{max}$  niżówek maksymalnych POT (zielone obramowania wykresów) i SPA (czerwone obramowania wykresów), dla trzech  $Q_g$ , w 77 przekrojach, w badanym 30-leciu (na każdym wykresie znajduje się chmura złożona z  $77 \cdot 30$  punktów).

Fig. 4.17. The relationship between  $T(V_{max}^w)$  and  $T_{max}$  and between  $V(T_{max}^w)$  and  $V_{max}$  of the POT maximum droughts (green borders of the plots) and the SPA (red borders of the plots), for three  $Q_g$ , in 77 sections, in the studied 30 years (on each plot there is a cloud composed of  $77 \cdot 30$  points).

Średnie odchyłki względne  $\delta_T$  niżówki POT, w przypadku gdy warunek  $T(V_{max}^w) = T_{max}^w$  nie jest spełniony, wynoszą 21,5% dla  $Q_g = Q_{70\%}$ , 25,0% przy  $Q_{80\%}$  i  $Q_{90\%}$ , i są niższe niż średnie odchyłki  $\delta_T$  dla niżówki SPA (które są równe odpowiednio: 26,1% dla  $Q_{70\%}$ , 29,4% dla  $Q_{80\%}$  i 32,1% dla  $Q_{90\%}$ ) (rys. 4.18). Także średnie odchyłki  $\delta_V$  niżówek POT są niższe niż niżówek SPA; dla niżówek POT wynoszą: 27,1% przy  $Q_{70\%}$ , 37,0% przy  $Q_{80\%}$  i 47,5% przy  $Q_{90\%}$ , a dla niżówek SPA: 31,2% dla  $Q_{70\%}$ , 39,7% dla  $Q_{80\%}$  i 48,7% dla  $Q_{90\%}$ ). W niektórych jednak przypadkach wspomniane odchyłki względne są duże, czasem sięgają 100%.

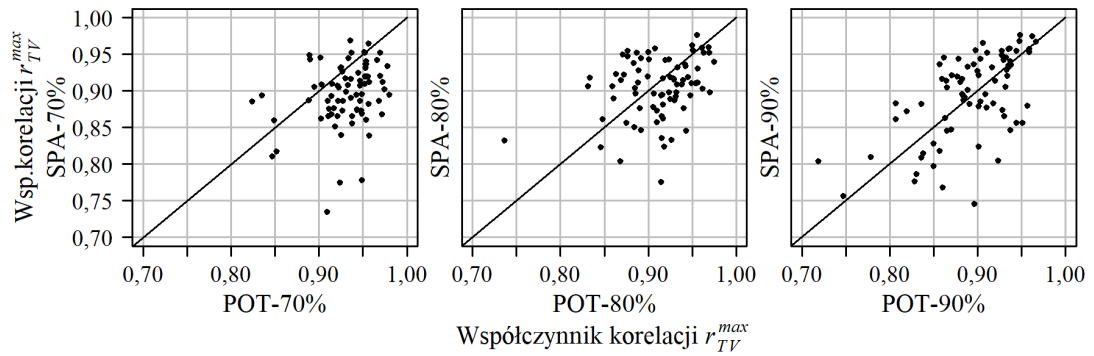


Rys. 4.18. Odchyłki względne  $\delta_T$  i  $\delta_V$  czasu trwania oraz objętości niżówek maksymalnych POT i SPA, w 77 przekrojach, dla trzech  $Q_g$ .

Fig. 4.18. Relative deviations  $\delta_T$  and  $\delta_V$  of duration and volume of maximum POT and SPA droughts, in 77 sections, for three  $Q_g$ .

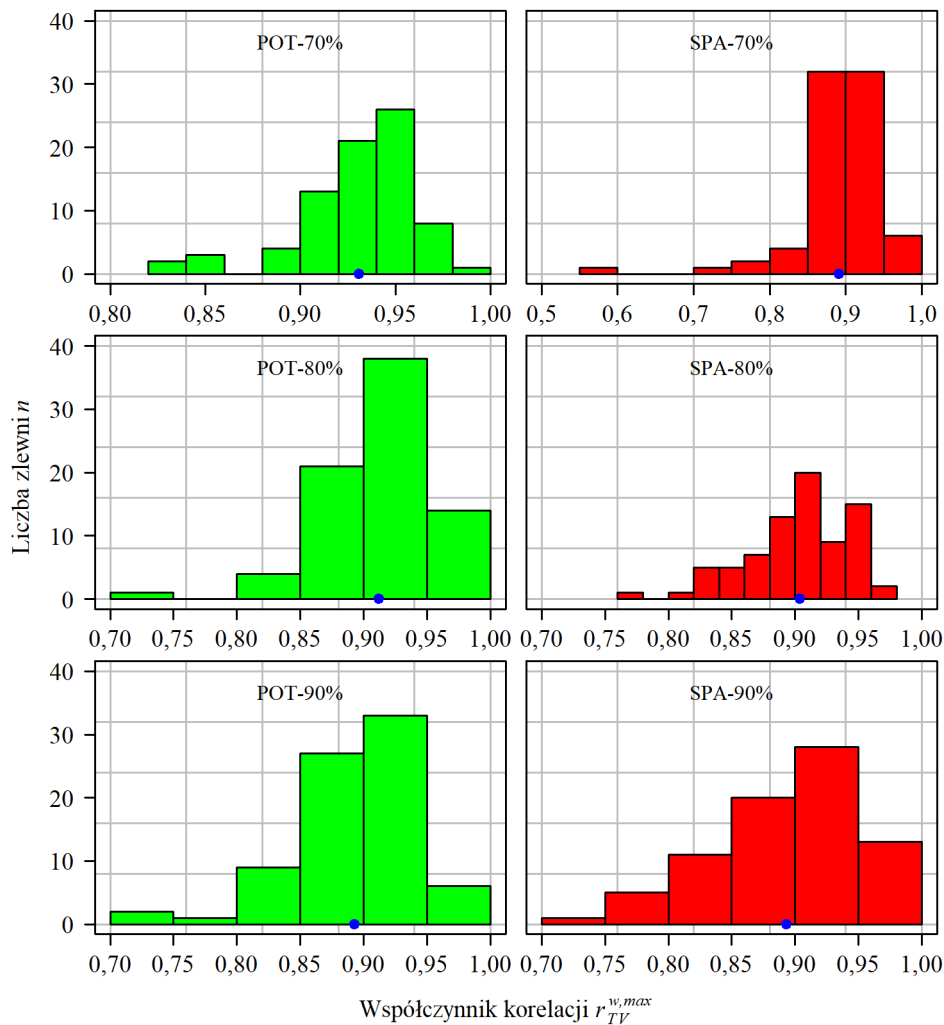
Odchyłki  $\delta_T$  i  $\delta_V$  są zawsze dodatnie, a zatem we wszystkich przypadkach  $T_{max}^w \geq T(V_{max}^w)$  oraz  $V_{max}^w \geq V(T_{max}^w)$ . Ponieważ celem pracy jest m. in. określenie ryzyka wystąpienia na badanym obszarze niżówki maksymalnej o czasie trwania i objętości przekraczającej zadaną wartość to pomimo że odchyłki  $\delta_T$  i  $\delta_V$  czasem są duże, w pracy rozważane są rozkłady  $T_{max}$ ,  $V_{max}$  zamiast rozkładów  $(T_{max}, V(T_{max}^w))$  i  $(T(V_{max}^w), V_{max})$ . Takie podejście bowiem, w przypadku gdy  $T_{max}$  nie odpowiada  $V_{max}$ , gwarantuje uwzględnienie bardziej niekorzystnej sytuacji, w której czas trwania niżówki jest dłuższy niż  $T_{max}^w$  a objętość jest większa niż  $V(T_{max}^w)$ .

Zarówno czas trwania i objętość niżówki, jak i czas trwania oraz objętość niżówki maksymalnej rocznej są ze sobą wysoko skorelowane (rys. 4.20). Współczynnik korelacji  $r_{TV}^{w,max} = corr(T_{max}^w, V_{max}^w)$  tych zmiennych jest w 63 % przypadków wyższy dla niżówek SPA niż POT (rys. 4.19), we wszystkich jednak jest istotny statystycznie na poziomie istotności  $\alpha = 5\%$  i średnio wynosi dla niżówek maksymalnych POT-70% – 0,93, dla POT-80% – 0,91, dla POT-90% – 0,89, SPA-70% 0,89, dla SPA-80% – 0,90, a dla SPA-90% – 0,89 (rys. 4.20).



Rys. 4.19. Porównanie współczynników korelacji  $r_{TV}^{max}$  niżówek maksymalnych POT i SPA dla trzech  $Q_g$ , w 77 przekrojach.

Fig. 4.19. Comparison of the correlation coefficients  $r_{TV}^{max}$  of the POT and SPA maximum droughts for three  $Q_g$ , in 77 cross-sections.



Rys. 4.20. Rozkład współczynnika  $r_{TV}^{w,max}$ ,  $w = 1, 2, \dots, 77$ , korelacji czasu trwania  $T_{max}^w$  i objętości  $V_{max}^w$  niżówek maksymalnych POT i SPA. Niebieski punkt oznacza wartość średnią  $r_{TV}^{w,max}$ .

Fig. 4.20. The distribution of the correlation coefficient  $r_{TV}^{w,max}$ ,  $w = 1, 2, \dots, 77$ , of the duration  $T_{max}^w$  and volume  $V_{max}^w$  of the maximum POT and SPA droughts. The blue point is the mean value  $r_{TV}^{w,max}$ .

## 5. STACJONARNOŚĆ SZEREGÓW CHARAKTERYSTYK NIŻÓWEK MAKSYMALNYCH

### 5.1. Wstęp

Niżówka (w tym niżówka maksymalna roczna) jest wielowymiarowym procesem losowym. Liczba wymiarów zależy od liczby analizowanych charakterystyk niżówki. Jeśli niżówka jest definiowana metodą POT lub SPA dla ustalonego przepływu granicznego, to jest co najmniej czterowymiarową zmienną losową, gdyż znalezienie wartości zmiennych  $T_{max}$  i  $V_{max}$  wymaga znajomości czasu początku  $t_p^{max}$  i czasu końca  $t_k^{max}$  tej niżówki. Każda z tych zmiennych jest zmienną losową, podlega więc pewnemu nieznanemu rozkładowi prawdopodobieństwa. Zmienne najważniejsze z punktu widzenia celów pracy to czas trwania  $T_{max}$  i objętość  $V_{max}$  niżówki maksymalnej rocznej.

Podstawą stosowanej w pracy metody analizy częstotliwości zdarzeń ekstremalnych, jakimi są niżówki maksymalne, jest założenie stacjonarności próby losowej (Gumbel 1941, Ozga-Zielińska i Brzeziński 1997, Rao i Hamed 2000, Tallaksen i van Lanen 2004, Urošev i in. 2016). Warunek ten oznacza, że przyrodniczy mechanizm generowania czasu trwania i objętości niżówek maksymalnych jest w każdym roku taki sam (charakterystyki niżówki pochodzą z tego samego rozkładu prawdopodobieństwa) oraz że przeszłe wartości zmiennej nie mają wpływu na wartości przyszłe (brak trendu, niezależność od czasu). Takie podejście zakłada, że procesy hydrometeorologiczne, jakie wywołują niżówkę, zachodzą w mało zmieniającym się środowisku przyrodniczym, czyli zmiany klimatyczne oraz np. pokrycia zlewni nie mają istotnego wpływu na niżówkę (Tallaksen i van Lanen 2004).

### 5.2. Wybór metody testowania stacjonarności

Estymacja parametrów rozkładu prawdopodobieństwa jest oparta na prostej próbie losowej (będącej często szeregiem czasowym). Założenie to oznacza, że ta  $n$ -elementowa próba pochodzi z populacji  $n$ -wymiarowej, w której wszystkie zmienne podlegają temu samemu rozkładowi prawdopodobieństwa i są niezależne od siebie. Innymi słowy próba jest jednorodna.

Najbardziej popularnymi testami służącymi ocenie jednorodności charakterystyk niżówek, zalecanymi m.in. przez WMO (2009), jest test Manna-Kendalla (Douglas i in. 2000, Cigizoglu i in. 2004, van Geldera i in. 2005, Zeleňákovéj i in. 2012) i test Spearmana (Ozga-Zielińska 2007, Tallaksen i van Lanen 2004, Jakubowski 2011). Testy te w swojej klasycznej formie mają podobną moc (Yue i in. 2002). Oba jednak wymagają korekty w sytuacji, gdy w badanym szeregu czasowym stwierdzona jest autokorelacja (Baran-Gurgul 2017). Wtedy uwzględnia się poprawki, np. dla testu Manna-Kendalla poprawkę określoną przez Hameda i Rao (1997), a dla testu Spearmana – poprawkę zaproponowaną przez Wanga i in. (2015).

Do oceny niezależności pojawiania się elementów w szeregu czasowym WMO (2009), Rao i Hamed (2000), Ozga-Zielińska i in. (1999) zalecają wykorzystanie testu serii Walda–Wolfowitza. Jakubowski (2011) zastosował ten test w ocenie niezależności szeregów charakterystyk niżówek. Niektórzy autorzy (Rao i Hamed 2000, Urošev i in. 2016) do badania stacjonarności proponują stosowanie testu Manna-Whitneya.

W pracy w ocenie niejednorodności czasowej szeregów niżówek maksymalnych, wykorzystano test Manna-Kendalla z poprawką Hameda i Rao na autokorelację.

### Test Manna-Kendalla na trend

Dany jest szereg czasowy  $X_i$  ( $X_i = T_{max,i}$  lub  $X_i = V_{max,i}$ ),  $i = 1, 2, \dots, n$ . Test Manna-Kendalla weryfikuje hipotezę  $H_0$  o jednorodności szeregu czasowego  $X_i$  (a dokładniej: zmienne  $X_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  są niezależne i mają identyczne rozkłady), przy hipotezie alternatywnej  $H_1$  o istnieniu trendu monotonicznego. Statystyka testowa zdefiniowana jest następująco (Mann 1945, Kendall 1938, Hamed i Rao 1997):

$$S = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \text{sgn}(x_j - x_i) \quad (5.1)$$

gdzie:

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } x > 0 \\ 0 & \text{gdy } x = 0 \\ -1 & \text{gdy } x < 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

Gdy  $H_0$  jest prawdziwa (czyli szereg  $X$  jest stacjonarny), średnia i wariancja statystyki testowej  $S$  wyrażone są wzorami (Mann 1945):

$$E(S) = 0 \quad (5.3)$$

$$\text{var}(S) = \frac{n(n-1)(2n+5)}{18} \quad (5.4)$$

Równość (5-14) zachodzi, gdy nie ma powtarzających się elementów szeregu. Jeśli elementów powtarzających się jest więcej niż kilka, wzór (5.4) należy uzupełnić o poprawkę (Kendall 1975):

$$\text{var}(S) = \frac{n(n-1)(2n+5)}{18} - \frac{\sum_{i=1}^k t_i \cdot i(i-1)(2i+5)}{18} \quad (5.5)$$

gdzie:

$t_i$  – liczba powtarzających się elementów w  $i$ -tej grupie ( $i = 1, 2, \dots, k$ ),  
 $k$  – liczba grup o powtarzających się elementach.

Według Kendalla (1938), jeżeli  $n > 10$ , to statystyka testowa

$$U = \frac{S - \text{sgn}(S)}{\sigma_S} \quad (5.6)$$

podlega w przybliżeniu standaryzowanemu rozkładowi normalnemu  $N(0;1)$ .

Warunkiem stosowania testu Manna-Kendalla jest brak autokorelacji. Dodatnia autokorelacja zwiększa prawdopodobieństwo popełnienia błędu I rodzaju, czyli wykrycia statystycznie istotnego trendu, mimo że on nie występuje (Hamed i Rao 1998). Ujemna autokorelacja daje efekt odwrotny,  $\text{var}(S)$  jest przeszacowana, a test może nie wykazać w rzeczywistości występującego trendu, czyli dojdzie do popełnienia błędu II rodzaju (Yue i in. 2002). Hydrologiczne szeregi czasowe, takie jak szeregi czasowe przepływów, wykazują dodatnią autokorelację (Yue i in. 2002).

W przypadku gdy autokorelacja szeregu jest istotna, Bayley i Hammerslay (Hamed i Rao 1998) proponują korektę wariancji:

$$\text{var}^*(S) = \frac{n}{n_S^*} \text{var}(S) \quad (5.7)$$

przy użyciu „efektywnej liczby obserwacji”  $n_S^*$ , którą Hamed i Rao (1998) zaproponowali wyznaczyć z formuły:

$$\frac{n}{n_S^*} = 1 + \frac{2}{n(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^{n-1} (n-i)(n-i-1)(n-i-2) \rho_S(i) \quad (5.8)$$

gdzie:

$n$  – liczba obserwacji,

$\rho_S(i)$  – autokorelacja rangowa ciągu obserwacji (uwzględniane są jedynie wartości  $\rho_S(i)$  istotne statystycznie).

### 5.3. Wyniki i dyskusja

Wszystkie szeregi czasowe czasu  $T_{max}^w$  trwania i objętości  $V_{max}^w$  niżówki POT i SPA określone dla każdego z trzech  $Q_g$  w każdym z 78 przekrojów wodowskazowych (a dla niżówki SPA-70%, w każdym z 77 przekrojów - po odrzuceniu przekroju Zapalów na Lubaczówce, patrz rozdz. 4-1) zostały poddane testowi Manna-Kendalla z ewentualną poprawką na autokorelację. W olbrzymiej większości przypadków nie było, na poziomie istotności 5% ( $p_v < 5\%$ ), podstaw do odrzucenia hipotezy o braku trendu szeregów czasowych  $T_{max}^w$  i  $V_{max}^w$ .

Wartości  $p_v$  testu hipotezy we wszystkich analizowanych przypadkach przedstawiono na rys. 5.1 i rys. 5.3.

Istotny statystycznie trend stwierdzono w 3 szeregach czasu trwania niżówki maksymalnej SPA-70%, w 2 – niżówki SPA-80% oraz 4 – niżówki SPA-90% (rys. 5.1). Niestacjonarnych szeregów  $T_{max}^w$  niżówki POT jest więcej: 4 dla POT-70%, 3 dla POT-80% i 6 dla POT-90%. Najwięcej niestacjonarnych szeregów  $T_{max}^w$ , aż pięć z sześciu, zaobserwowano w przekroju Gołkowice, który położony jest poniżej kaskady zbiorników Czorsztyń-Niedzica na Dunajcu (tablica 5.1). Istotne trendy czasu trwania niżówki maksymalnej w przekrojach Rajcza na Sole, Czechowice Bestwina na Białej oraz Charytany na Szkle są rosnące. W pozostałych przypadkach istotne trendy szeregów  $T_{max}^w$  są malejące, co w 75% przypadków (w 12 z 16) przypadków jest najprawdopodobniej wynikiem pracy zbiorników retencyjnych, gdyż przekroje te położone są na rzekach poniżej kaskad zbiorników na Ropie (przekrój Klęczany) oraz na Dunajcu (przekroje Krościenko, Gołkowice i Nowy Sącz). Na rys. 5.2 pokazano niestacjonarny przebieg w wieloleciu czasu trwania niżówki maksymalnej POT-70% w przekroju Oświęcim na Sole.

Szeregów objętości niżówki maksymalnej z istotnym trendem we wszystkich analizowanych przypadkach jest więcej niż niestacjonarnych szeregów czasów trwania. Trend szeregu  $V_{max}^w$  stwierdzono w przypadku niżówek POT-70% i POT-90% w 11 przekrojach, niżówek SPA-70%, POT-80% i SPA-80% w 8 przekrojach, a niżówki SPA-90% – w 7 przekrojach. W większości (w 20 z 23) przypadków, jeżeli trend szeregu objętości niżówki maksymalnej SPA jest istotny, to trend szeregu  $V_{max}^w$  niżówki POT także jest istotny statystycznie.

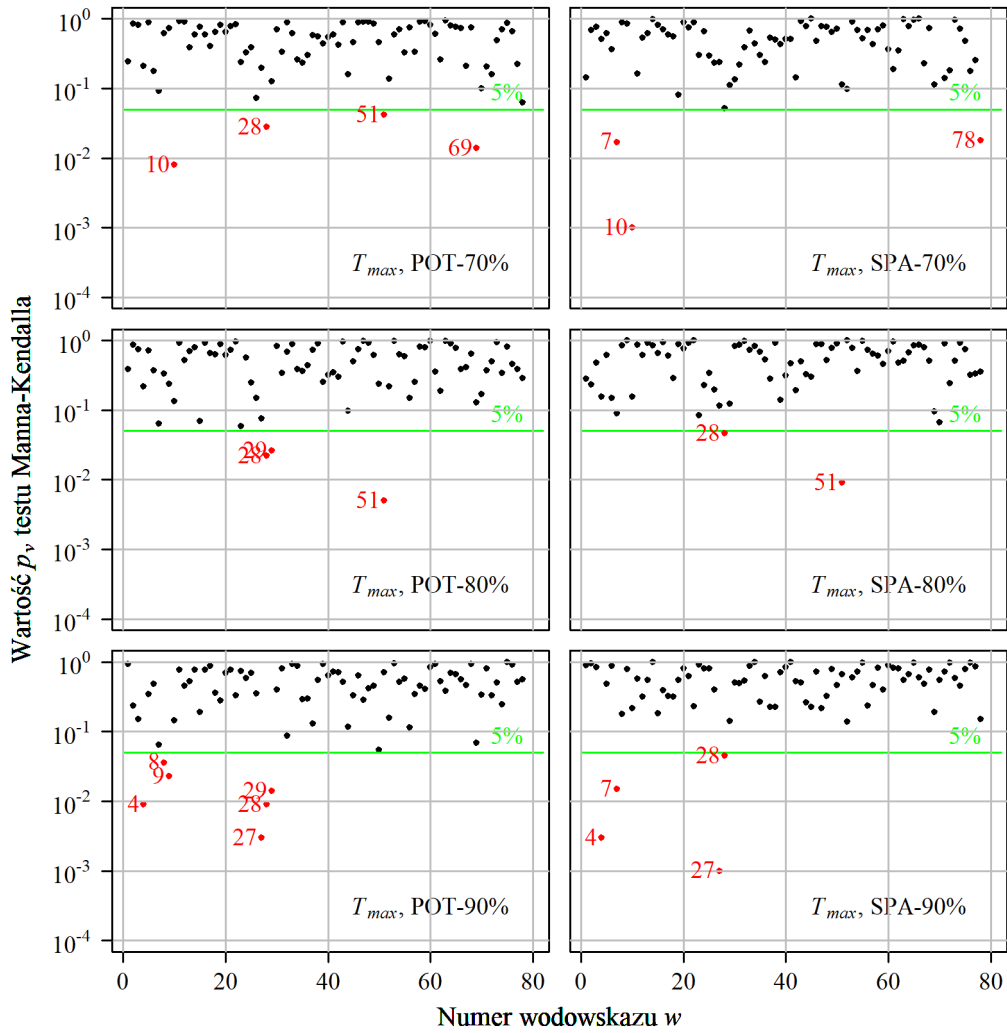
Tablica 5.1. Przepuszczalne powody niestacjonarności szeregów niżówek maksymalnych w przekrojach wodowskazowych z największą liczbą szeregów z trendem statystycznie istotnym  
Table 5-1. Possible reasons for non-stationarity of series of maximum droughts in gauging cross-sections with the largest number of series with a statistically significant trend

Lp.	Nr wod.	Wodowskaz, rzeka	Liczba szeregów $T_{max}$ z trendem	Liczba szeregów $V_{max}$ z trendem	Przepuszczalny powód niestacjonarności
1	7	Czechowice Bestwina, Biała	2	6	- zrzut oczyszczonych ścieków z oczyszczalni ścieków w Komorowicach (oddanej do użytku w 1977 r.) - międzyzlewniowe przerzuty wody (Więzik 2016)
2	4	Czechowice Dziedzice Iłownica	2	4	- międzyzlewniowe przerzuty wody (Więzik 2016) - zrzut oczyszczonych ścieków z oczyszczalni ścieków w Wapienicy (oddanej do użytku w 1998 r.) - wpływ zlokalizowanego na Wapienicy zbiornika retencyjnego
3	10	Oświęcim, Soła	2	4	- międzyzlewniowe przerzuty wody (Więzik 2016)
4	70	Zapałów, Lubaczówka	0	5	- zrzut oczyszczonych ścieków z oczyszczalni ścieków w Lubaczowie (oddanej do użytku w 1997 r.).
5	27	Krościenko, Dunajec	2	6	- wpływ zbiorników retencyjnych Czorsztyn-Niedzica (oddany do użytku w 1997 r.) i Sromowce Wyżne (oddany do użytku w 1994 r.)
6	28	Gołkowice, Dunajec	5	6	jak wyżej
7	29	Nowy Sącz, Dunajec	2	6	jak wyżej
8	51	Kłęczany, Ropa	3	4	- wpływ zbiornika retencyjnego Klimkówka (oddany do użytku w 1994 r.)

Istotne statystycznie trendy szeregów objętości niżówki maksymalnej stwierdzone zostały w tych samych przekrojach, w których stwierdzono niestacjonarność szeregów czasu trwania niżówki maksymalnej i podobnie jak w szeregi  $T_{max}^w$ , istotne trendy szeregów objętości są większości malejące. Trendów szeregów  $V_{max}^w$  jest więcej niż  $T_{max}^w$ , gdyż zaobserwowano je w danym przekroju wodowskazowym w większej liczbie przypadków, np. w przekroju wodowskazowym Czechowice Bestwina na Białej istotny trend szeregu  $T_{max}^w$  stwierdzono tylko w przypadku niżówek SPA-70% i SPA-90%, podczas gdy w przekroju tym wszystkie z analizowanych sześciu szeregów objętości  $V_{max}^w$  niżówki maksymalnej są niestacjonarne. Jest to przekrój najprawdopodobniej poddany silnej antropopresji.

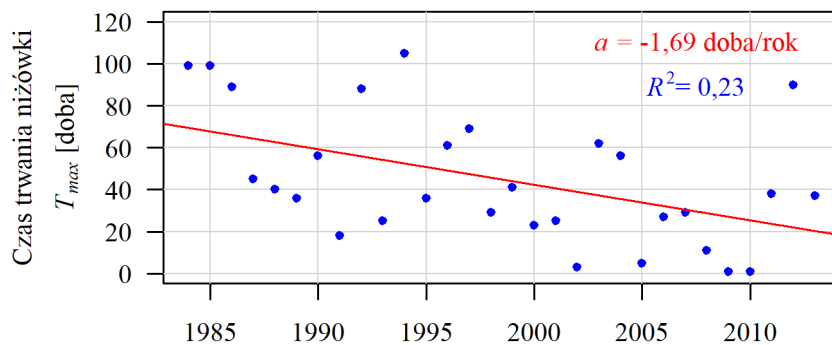
Dla przykładu, na rys. 5.4 pokazano zmianę w wieloleciu objętości niżówki maksymalnej SPA-90% właśnie w przekroju Czechowicach Bestwinie na Białej. Wykryty istotny trend szeregu  $V_{max}^w$  w tym przypadku jest rosnący (rys. 5.4).





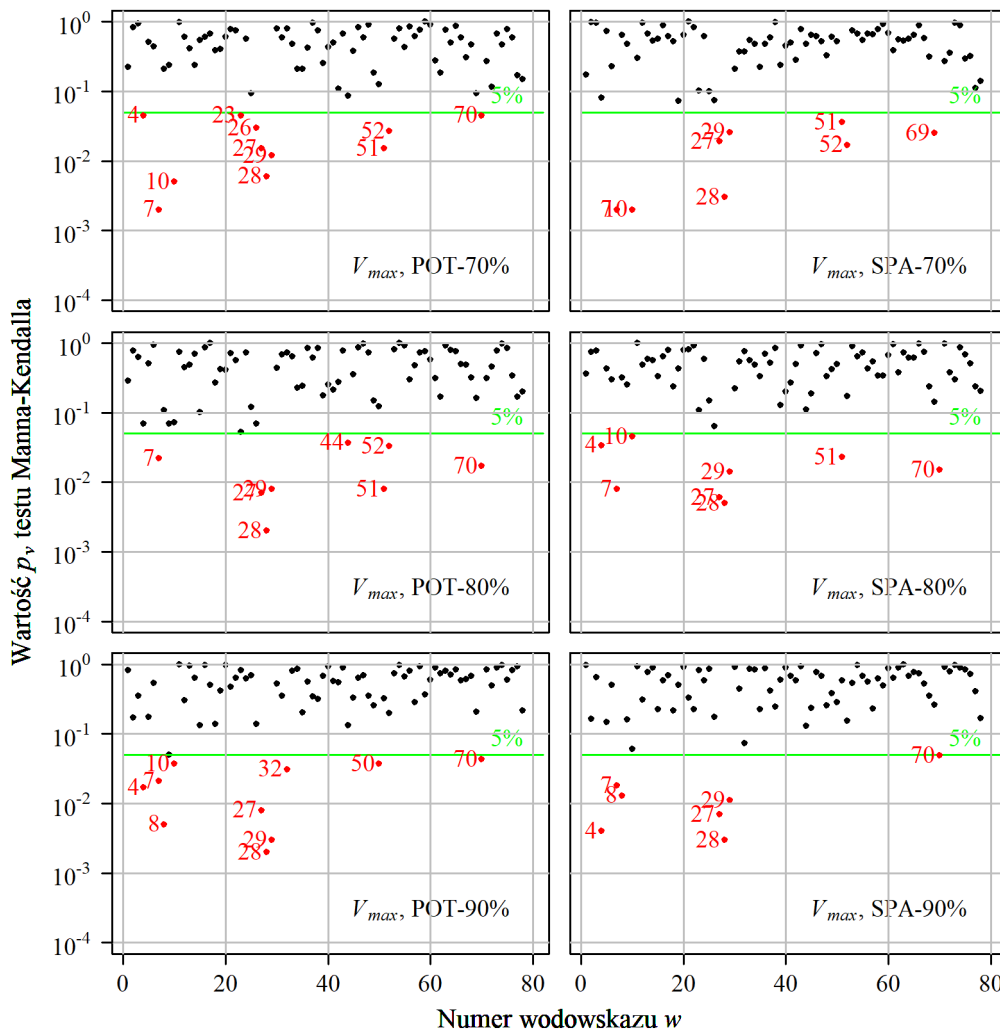
Rys. 5.1. Wartość  $p_v$  testu Manna-Kendalla na trend szeregów czasowych czasu  $T_{max}$  trwania niżówki maksymalnej POT i SPA, dla trzech  $Q_g$ , w 78 przekrojach  $w$  (a w przypadku niżówki SPA-70% w 77 przekrojach). Trendy istotne na poziomie 5% są zaznaczone na czerwono.

Fig. 5.1. Mann-Kendall trend test  $p_v$  values for the POT and SPA maximum drought duration  $T_{max}$  time series, for three  $Q_g$ , in 78 cross-sections (and in case of the SPA-70% drought, in 77 sections). Significant trends at the 5% level are marked in red.



Rys. 5.2. Niestacjonarny ( $p_v$  testu Manna-Kendalla równe 0,005) szereg czasu trwania  $T_{max}$  niżówki maksymalnej POT-70% w przekroju Oświęcim na Soła.

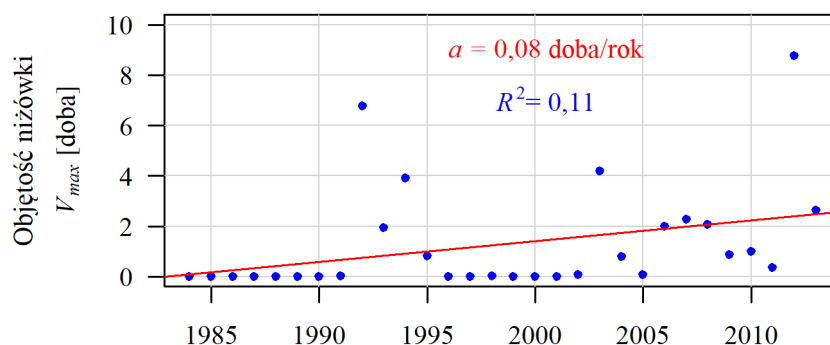
Fig. 5.2. Non-stationary ( $p_v$  of the Mann-Kendall test equal to 0,005) series of duration  $T_{max}$  of the POT-70% maximum drought in the Oświęcim cross-section of the Soła river.



Rys. 5.3. Wartość  $p_v$  testu Manna-Kendalla na trend szeregów czasowych objętości  $V_{max}$  niżówki maksymalnej POT i SPA, dla trzech  $Q_g$ , (a w przypadku niżówki SPA-70% w 77 przekrojach).

Trendy istotne na poziomie 5% są zaznaczone na czerwono.

Fig. 5.3.  $p_v$  value of the Mann-Kendall test on the trend of time series of volume  $V_{max}$  of the maximum POT and SPA droughts, for three  $Q_g$ , in 78 cross-sections (and in case of the SPA-70% drought in 77 sections). Significant trends at the 5% level are marked in red.



Rys. 5.4. Niestacjonarny (przy  $p_v$  testu Manna-Kendalla równym 0,004) szereg objętości  $V_{max}$  niżówki maksymalnej SPA-90% w przekroju Czechowice-Dziedzice na Białej.

Fig. 5.4. Non-stationary ( $p_v$  of the Mann-Kendall test equal to 0,004) series of volume  $V_{max}$  of the SPA-90% maximum drought at the Czechowice-Dziedzice cross-section of the Biała river.

Statystycznie istotne trendy szeregów czasów trwania i objętości niżówek maksymalnych wystąpiły w niektórych przekrojach znajdujących się na obszarze Podkarpacia i Beskidów (rys. Z.1 i rys. Z.2).

Jak już wcześniej wspomniano, istotne statystycznie współczynniki kierunkowe linii trendu szeregów  $T_{max}^w$  i  $V_{max}^w$  są zazwyczaj ujemne. Najwięcej szeregów z trendem rosnącym stwierdzono w dwóch przekrojach: Czechowice Bestwina na Białej (w 8 z 12 szeregów charakterystyk niżówek rozważanych w tym przekroju) i Czechowice Dziedzice na Iłownicy (w 5 z 12 szeregów) (tablica 5.1). Niezależnie od metody wyznaczania niżówki i od założonego  $Q_g$ , szeregi z ujemnym trendem występują najczęściej w przekrojach poniżej zbiorników retencyjnych na Dunajcu (w przekrojach Krościenko, Gołkowice i Nowy Sącz) oraz na Ropie (w przekrojach Klęczany i Topoliny), także w przekroju Zapałów na Lubaczówce (rys. Z.1 – Z.4).

Na większości badanego obszaru, szeregi czasu trwania i objętości niżówki maksymalnej są stacjonarne, a nieistotne statystycznie kierunki zmian szeregów  $T_{max}^w$  i  $V_{max}^w$  są zarówno rosnące, jak i malejące. W Tatrach i na Podhalu nieistotny statystycznie trend zmian tych szeregów zazwyczaj jest malejący (rys. Z.1 – Z.4).

Względny współczynnik kierunkowy charakterystyki niżówki maksymalnej – będący stosunkiem współczynnika kierunkowego do średniej charakterystyki niżówki w wieloleciu, wyraża względną intensywność zmiany tej charakterystyki.

Średnie na obszarze względne współczynniki kierunkowe linii trendów rosnących czasu trwania niżówki POT wynoszą około 3-4% na 10 lat, a niżówki SPA – około 6-9% na 10 lat: 3,9%/(10 lat) w przypadku niżówki POT-70%/(10 lat), 3,2%/(10 lat) – POT-80%, 3,5%/(10 lat) – POT-90%, 8,9%/(10 lat) – SPA-70%, 7,6%/(10 lat) – SPA-80%, 6,4%/(10 lat) – SPA-90%, natomiast trendów malejących  $T_{max}^w$  współczynniki te przyjmują wartości odpowiednio: -5,4%/(10 lat) (niżówka POT-70%), -5,8%/(10 lat) (POT-80%), -6,8%/(10 lat) (POT-90%), -9,4%/(10 lat) (SPA-70%), -10,2%/(10 lat) (SPA-80%), -11,4%/(10 lat) (SPA-90%).

Średnie na obszarze względne współczynniki kierunkowe linii trendów rosnących  $V_{max}^w$  są niższe niż 1,5% na 10 lat (0,9%/(10 lat) niżówka POT-70%, 0,7%/(10 lat) – POT-80%, 0,3%/(10 lat) – POT-90%, 1,4%/(10 lat) – SPA-70%, 0,8%/(10 lat) – SPA-80%, 0,4%/(10 lat) – SPA-90%), natomiast trendów malejących  $V_{max}^w$  są wyższe niż -2% na 10 lat (-1,5%/(10 lat) niżówka POT-70%, -1,0%/(10 lat) – POT-80%, -0,7%/(10 lat) – POT-90%, -1,9%/(10 lat) – SPA-70%, -1,4%/(10 lat) – SPA-80%, -0,8%/(10 lat) – SPA-90%).

W zależności od definicji niżówki, najczęściej największe względne współczynniki kierunkowe linii trendu  $T_{max}^w$  i  $V_{max}^w$  są najwyższe w przekroju wodowskazowym Czechowice-Bestwina na Białej, a najniższe – w przekroju Klęczany na Ropie.

W ośmiu z 78 przekrojów wodowskazowych, przynajmniej sześć z rozpatrywanych 12 szeregów  $T_{max}^w$  i  $V_{max}^w$  jest niestacjonarnych (tablica 5.1). Są trzy podstawowe powody tych niestacjonarności: wpływ zbiorników retencyjnych, zrzuty z oczyszczalni ścieków i międzyzlewniowe przerzuty wody. Niestacjonarność szeregów  $T_{max}^w$  i  $V_{max}^w$  w przekroju Czechowice-Bestwina wynika dodatkowo ze zwiększonego przepływu spowodowanego zrzutem oczyszczonych ścieków z oczyszczalni, czego prawdopodobnie konsekwencją jest wieloletni okres beźniżówkowy (przy  $Q_{90\%}$  nie zanotowano niżówek w latach 1984-1996).

W trzech przekrojach na Dunajcu (Krościenko, Gołkowice i Nowy Sącz) oraz w Klęczanach na Ropie, powodem niestacjonarności może być oddanie do użytku

w badanym okresie 1984-2013 zbiorników retencyjnych: Czorsztyn-Niedzica i Sromowce-Wyżne na Dunajcu oraz Klimkówka na Ropie. W rozważanym 30-leciu powstał jeszcze zbiornik Dobczyce, jednak dostępne przekroje wodowskazowe na Rabie nie znajdują się pod jego wpływem, gdyż zlokalizowane są powyżej zbiornika. Statystycznie istotne trendy  $T_{max}^w$  i  $V_{max}^w$  zaobserwowane w przekrojach poniżej zbiorników retencyjnych (Krościenko, Gołkowice, Nowy Sącz i Klęczany), są we wszystkich przypadkach malejące. Takie skrócenie czasu trwania i zmniejszenie objętości niżówek maksymalnych po oddaniu do użytku zbiorników retencyjnych wynika ze sposobu gospodarowania wodą na zbiorniku, gdyż reguła sterowania zbiornikiem retencyjnym zakłada podwyższenie niskich przepływów.

Ponieważ wzniesienie budowli piętrzącej i gospodarowanie wodą na zbiorniku znacząco zmienia reżim odpływu w rzece, skrócono 30-letnie szeregi niżówek maksymalnych rocznych do szeregów z okresów po oddaniu zbiorników do eksploatacji. Oznacza to, że szeregi  $T_{max}^w$  i  $V_{max}^w$  w przekrojach Krościenko, Gołkowice i Nowy Sącz na Dunajcu skrócono do lat 1997-2013, a w przekroju Klęczany na Ropie do lat 1994-2013.

Powtórzona analiza stacjonarności szeregów charakterystyk niżówek maksymalnych po ich skróceniu do okresu 1994-2014 na Dunajcu i do 1997-2013 na Ropie wykazała we wszystkich analizowanych przypadkach brak podstaw do odrzucenia hipotezy o braku trendu czasu trwania i objętości niżówek maksymalnych względem czasu – niezależnie od  $Q_g$  i metody wyznaczania niżówki (POT, SPA), na poziomie istotności 5% (tablica 5.2).

Tablica 5.2.

Współczynniki kierunkowe  $a$  [doba/rok] linii trendu czasu trwania  $T_{max}$  i objętości  $V_{max}$  niżówek maksymalnych POT i SPA (dla trzech  $Q_g$ ) w przekrojach wodowskazowych w znajdujących się pod wpływem działalności zbiorników retencyjnych. Istotnie statystycznie współczynniki  $a$  (na poziomie istotności  $\alpha = 5\%$ ) oznaczone są \*.

Table 5.2.

Slope coefficients  $a$  [day/year] of the trend line, duration  $T_{max}$  and volume  $V_{max}$  of the POT and SPA maximum droughts (for three  $Q_g$ ) in gauging cross-sections influenced by the activity of retention reservoirs. Statistically significant coefficients  $a$  (at the significance level  $\alpha = 5\%$ ) are marked with \*.

Charakterystyka niżówki	Niżówka	Dunajec Krościenko	Dunajec Gołkowice	Dunajec Nowy Sącz	Ropa Klęczany	Ropa Topoliny
$T_{max}$	POT-70%	-0,55	-1,25*	-0,93	-1,83*	-0,88
	SPA-70%	-1,31	-1,79	-1,67	-2,59	-2,33
	POT-80%	-0,95	-1,71*	-1,22*	-2,23*	-0,91
	SPA-80%	-2,28	-2,25*	-1,63	-4,70*	-1,36
	POT-90%	-2,54*	-2,14*	-1,67*	-0,83	-1,58
	SPA-90%	-3,21*	-2,56*	-1,75	-1,42	-3,87
$V_{max}$	POT-70%	-0,38*	-0,45*	-0,34*	-0,78*	-0,47*
	SPA-70%	-0,54*	-0,54*	-0,45*	-0,97*	-0,57*
	POT-80%	-0,33*	-0,37*	-0,25*	-0,60*	-0,40*
	SPA-80%	-0,41*	-0,41*	-0,29*	-0,76*	-0,49
	POT-90%	-0,26*	-0,27*	-0,20*	-0,10	-0,20
	SPA-90%	-0,31*	-0,32*	-0,23*	-0,01	-0,27

Ze względu na podane w tablicy 5.1 przypuszczalne powody niestacjonarności zmiennych  $T_{max}^w$  i  $V_{max}^w$ , z analiz prowadzonych w dalszej części pracy zostaną usunięte przekroje: Czechowice-Bestwina na Białej, Czechowice-Dziedzice na Iłownicy, Zapółów na Lubaczówce i Oświęcim na Sole. Tym samym liczba przekrojów wodowskazowych zostanie ograniczona do 74.

Pozostałe cztery przekroje znajdują się pod silnym wpływem antropogenicznym wynikającym z oddziaływania zbiorników retencyjnych Czorsztyn-Niedzica na Dunajcu oraz Klimkówka na Ropie. Jak już wspomniano, zbiorniki te zostały oddane do użytku w trakcie badanego 30-lecia, co oznacza, że po ich uruchomieniu, ze względu na reguły sterowania tymi zbiornikami, niskie przepływy w rzekach podwyższyły się. Przekroje Krościenko, Gołkowice, Nowy Sącz i Klęczany nie zostaną jednak usunięte z dalszych rozważań z dwóch powodów. Po pierwsze można podejrzewać, że obecnie większość zlewni jest znacznie przekształconych antropogenicznie, co powoduje że warunki przepływu tych rzek nie są naturalne, a jednak przekroje na rzekach w tych zlewniach nie zostaną z tego powodu odrzucone w analizach. Po drugie skrócenie szeregów  $T_{max}^w$  i  $V_{max}^w$  do okresu po oddaniu zbiorników do użytku (do wielolecia 1997-2013 na Dunajcu oraz 1994-2013 na Ropie) spowodowało, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o stacjonarności tych szeregów.

## 6. ROZKŁAD PRAWDOPODOBIEŃSTWA CZASU TRWANIA ORAZ ROZKŁAD PRAWDOPODOBIEŃSTWA OBJĘTOŚCI NIŻÓWKI MAKSYMALNEJ

### 6.1. Estymacja rozkładów prawdopodobieństwa charakterystyk niżówek maksymalnych rocznych metodami AMS i PDS

Podstawą estymacji rozkładu prawdopodobieństwa czasu  $T_{max}$  trwania lub objętości  $V_{max}$  niżówki maksymalnej jest albo ciąg wartości maksymalnych rocznych, wykorzystywany przez metodę maksimumów rocznych (AMS – *annual maximum series*), albo ciąg wartości przekraczających założony poziom graniczny, wykorzystywany przez metodę przewyższeń (PDS – *partial duration series* lub POT – *peak over threshold*). Obie metody są stosowane analizie częstotliwości charakterystyk niżówek.

Metoda AMS polega na wyborze jednej największej wartości zmiennej  $T_{max}$  ( $V_{max}$ ), w każdym roku hydrologicznym. Na podstawie wieloletniej, zwykle prostej, próby losowej, szacuje się rozkład prawdopodobieństwa danej zmiennej. Założenie o prostocie próby losowej jest często weryfikowane.

Metoda PDS dla niżówek, która została zaproponowana przez Zelenhasicia i Salvaiego (1987), a udoskonalona przez Zelenhasicia (2002), opiera się na założeniu, że liczba przekroczeń danego proggu przez badaną charakterystykę niżówki jest zmienną losową o rozkładzie Poissona, a wartości tej charakterystyki podlegają pewnemu innemu rozkładowi. Zelenhasić i Salvai (1987) zauważają, że seria PDS jest wrażliwa na wartości odstające i proponują, by wyłączyć z analiz drobne niżówki (o objętościach mniejszych niż 0,5-1% maksymalnej zaobserwowanej objętości niżówki) mogące wpłynąć na wynik modelowania rozkładu wartości maksymalnych.

Clausen i Pearson (1995) stosując podejście AMS w badaniu niżówek, za najlepszy rozkład zarówno czasu trwania, jak i objętości niżówki uznali trójparametrowy rozkład logarytmiczno-normalny, Savoie i in. (2004) – rozkład Weibulla, a Tallaksen i Hisdal (1997) – uogólniony rozkład Pareto. Wielu autorów uważa, że optymalnym rozkładem maksimumów charakterystyki niżówki przy zastosowaniu metody AMS jest GEV – uogólniony rozkład wartości ekstremalnej (Coles 2001, Madsen i Rosbjerg 1995, Madsen i in. 1997b, England 2004, Tallaksen i van Lanen 2004, Fleig i in. 2006).

England (2004), Tallaksen i van Lanen (2004) zalecają stosowanie metody PDS do identyfikacji rozkładu maksymalnego czasu trwania i objętości niżówki. Stosowanymi rozkładami prawdopodobieństwa są rozkład wykładniczy (Zelenhasić i Salvai 1987), mieszany rozkład wykładniczy (Kjeldsen i in. 2000), rozkład lognormalny (Yahiaoui i in. 2009) i rozkład Weibulla (Woo i Tarhule 1994, Urošev i in. 2016). Najczęściej stosowanym rozkładem jest uogólniony rozkład Pareto (Madsen i in. 1997a, Hisdal i in. 2002, Fleig 2004, Fleig i in. 2006, Jakubowski 2004, 2005, 2011).

W niniejszej pracy, w analizie niżówek maksymalnych, stosowana jest metoda AMS. Ponieważ nie zawsze w każdym roku występuje niżówka, w szeregach maksymalnych w roku czasów trwania i objętości niżówek mogą pojawić się wartości zerowe. W takiej sytuacji rozkład  $F(x)$  czasu trwania lub objętości niżówki maksymalnej staje się rozkładem mieszanym, dyskretno-ciągłym (Stedinger i in. 1993):

$$F(x) = p_0 + (1 - p_0)G(x) \quad (6.1)$$

gdzie:

$p_0$  – prawdopodobieństwo  $P(X = 0)$ ,

$G(x)$  – ciągła dystrybuanta niezerowych wartości zmiennej  $X$  ( $X = T_{max}, V_{max}$ ),  $G(x) = P(X > x | X > 0)$

## 6.2. Identyfikacja rozkładu prawdopodobieństwa zmiennych $T_{max}$ i $V_{max}$

Ponieważ jednym z celów pracy jest obszarowa informacja o prawdopodobnych niżówkach maksymalnych, poszukiwanie najlepszego rozkładu prawdopodobieństwa charakterystyk tych niżówek przebiega dwuetapowo, najpierw wybierany jest najlepszy rozkład w danym przekroju wodowskazowym, a następnie określany jest optymalny rozkład dla całego obszaru.

W pierwszym etapie w każdym przekroju wodowskazowym identyfikowany jest rozkład prawdopodobieństwa czasu trwania i rozkład prawdopodobieństwa objętości niżówek maksymalnych, z parametrami estymowanymi metodą momentów liniowych. Jakość dopasowania rozkładu do danych badana jest za pomocą testu zgodności Andersona-Darlinga.

Identyfikacja rozkładów prawdopodobieństwa czasów  $T_{max}^w$  trwania i objętości  $V_{max}^w$  niżówek maksymalnych polega na wyborze najlepszego rozkładu prawdopodobieństwa spośród przyjętego pakietu rozkładów. W literaturze przedmiotu do opisu tych charakterystyk najczęściej stosowane są rozkłady dwu- i trzyparametrowe (Clausen i Pearson 1995, Tallaksen i van Lanen 2004, Fleig i in. 2006). W niniejszej pracy, z trzech powodów wybrano rozkłady dwuparametrowe (określone przez parametry skali i kształtu). Po pierwsze, ze względu na ograniczenia w budowie modeli statystycznych (w tym także hydrologicznych) zalecane jest stosowanie oszczędnej liczby parametrów rozkładu (Akaike 1974, Beven 1989). Po drugie, ze względu na małą liczbę parametrów, jest to podejście najprostsze, co wpływa także na przejrzystość uzyskanych wyników. Po trzecie, błąd systematyczny i średniokwadratowy estymacji dużych kwantyli bywa mniejszy w przypadku rozkładów dwuparametrowych niż ich trzyparametrowych odpowiedników, szczególnie dla małych prób, o liczebności mniejszej niż 50 (Strupczewski i in. 2005, Kochanek i in. 2005).

Pakiet przyjętych w pracy dwuparametrowych rozkładów prawdopodobieństwa czasu trwania i objętości niżówki maksymalnej objął pięć rozkładów: rozkład normalny, lognormalny, Gumbela, Weibulla i gamma.

## 6.3. Wybór metody estymacji rozkładów zmiennych $T_{max}$ i $V_{max}$

Estymacja parametrów rozkładu prawdopodobieństwa przepływów niskich i niżówek dokonywana jest zwykle jedną z trzech metod: metodą momentów (Caruso 2000, Rao i Hamed 2000, Yahiaoui i in. 2009, Gottschalk i in. 2013), metodą momentów liniowych (Tallaksen i Hisdal 1997, Rao i Hamed 2000, Yürekli i in. 2005, Sung i Chug 2014, Keshtkar 2015, Urošev i in. 2016) lub metodą największej wiarygodności (Kjelsen i in. 2000, Rao i Hamed 2000, Jakubowski i Radczuk 2004, Tokarczyk 2010, Jakubowski 2011). Dużą popularność spośród tych trzech zyskała najmłodsza z metod – metoda momentów liniowych.

Metoda ta została wprowadzona przez Hoskinga (1990). Jej zaletą jest mniejsza czułość na wartości odstające w próbie, ponieważ wszystkie momenty liniowe zależą od wartości elementów próby w pierwszej potędze (Hosking 1990, Stedinger i in. 1993, Węglarczyk 2010, Urošev i in. 2016).

Liniowy  $r$ -ty moment zmiennej  $X$ ,  $r = 1, 2, \dots$  definiowany jest następująco

$$\lambda_r = \frac{1}{r} \sum_{j=0}^{r-1} (-1)^j \binom{r-1}{j} E(X_{(r-j:r)}) \quad (6.2)$$

gdzie:

$X_{(i:n)}$  –  $i$ -ta charakterystyka pozycyjna, czyli  $i$ -ta w kolejności największa wartość w  $n$ -elementowej próbie losowej  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , uporządkowanej rosnąco ( $X_{(1:n)}$  jest wartością minimalną, a  $X_{(n:n)}$  – maksymalną).

Cztery pierwsze momenty liniowe rozpisane w sposób jawny mają następującą postać:

$$\lambda_1 = E(X) \quad (6.3)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} E(X_{(2:2)} - X_{(1:2)}) \quad (6.4)$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{3} E(X_{(3:3)} - 2X_{(2:3)} + X_{(1:3)}) \quad (6.5)$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{4} E(X_{(4:4)} - 3X_{(3:4)} + 3X_{(2:4)} - X_{(1:4)}) \quad (6.6)$$

Liniowy moment  $\lambda_1$  rzędu pierwszego jest równy wartości oczekiwanej, moment  $\lambda_2$  rzędu drugiego jest miarą zmienności zmiennej losowej  $X$ , moment  $\lambda_3$  jest miarą skośności (asymetrii), a moment  $\lambda_4$  czwartego rzędu – miarą spłaszczenia (kurtozą) rozkładu. Do wyznaczenia kolejnych momentów liniowych potrzebne są wszystkie  $k$ -elementowe, rosnące podciągi próby losowej (do określenia  $\lambda_2$  – dwuelementowe,  $\lambda_3$  – trójelementowe, a  $\lambda_4$  – czteroelementowe).

Zamiast momentów  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  i  $\lambda_4$  stosowane są bezwymiarowe liniowe współczynniki:

$$\tau = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \quad \tau_3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_2}, \quad \tau_4 = \frac{\lambda_4}{\lambda_2} \quad (6.7)$$

gdzie:

$\tau$  – współczynnik zmienności (inaczej L- $C_v$ ),

$\tau_3$  – współczynnik skośności (L- $C_s$ ),

$\tau_4$  – współczynnik spłaszczenia (L- $C_k$ ).

Estymatory momentów liniowych (6.3) - (6.6) mają postać (Stedinger i in. 1993):

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}_1 &= b_0 & \hat{\lambda}_2 &= 2b_1 - b_0 \\ \hat{\lambda}_3 &= 6b_2 - 6b_1 + b_0 & \hat{\lambda}_4 &= 20b_3 - 30b_2 + 12b_1 - b_0 \end{aligned} \quad (6.8)$$

gdzie

$$\begin{aligned} b_0 &= \bar{x} & b_1 &= \frac{1}{n} \sum_{i=2}^n \frac{i-1}{n-1} x_{(i)} \\ b_2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=3}^n \frac{(i-1)(i-2)}{(n-1)(n-2)} x_{(i)} & b_4 &= \frac{1}{n} \sum_{i=4}^n \frac{(i-1)(i-2)(i-3)}{(n-1)(n-2)(n-3)} x_{(i)} \end{aligned} \quad (6.9)$$

W tabelicy 6.1 zebrano informacje dotyczące rozkładów wybranych do analiz (rozkład normalny, lognormalny, Gumbela, Weibulla i gamma), a także podano związki między momentami liniowymi a parametrami tych rozkładów.



Tablica 6.1.

Funkcje gęstości, wartości momentów liniowych i ich funkcji, a także estymatory MML parametrów rozkładów prawdopodobieństwa (źródła: Hosking (1990), Stedinger i in. (1993), Hosking i Wallis (1997), Mitosek (2009), Tallaksen i van Lanen (2004) i Węglarczyk (2010)).

Table 6.1.

Density functions, values of linear moments and their functions, as well as MML estimators of the parameters of probability distributions (sources: Hosking (1990), Stedinger i in. (1993), Hosking i Wallis (1997), Mitosek (2009), Tallaksen i van Lanen (2004) i Węglarczyk (2010)).

Rozkład	Funkcja gęstości	Wartości momentów liniowych i ich funkcji	Estymatory MML parametrów rozkładu
normalny	$f_N(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right]$ $-\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$	$\lambda_1 = \mu; \quad \lambda_2 = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}}$ $\tau_3 = 0; \quad \tau_4 = 0,1226$	$\mu_{MML} = \bar{x}$ $\sigma_{MML} = \hat{\lambda}_2 \sqrt{\pi}$
logarytmiczno-normalny	$f_{LN}(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]$ $x > 0, -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$	$\lambda_1 = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$ $\tau_2 = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \operatorname{erf}(\sigma/2), \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ $\tau_3 = \frac{6}{\operatorname{erf}(\sigma/2)\sqrt{\pi}} \int_0^{\sigma/2} \operatorname{erf} \frac{x}{\sqrt{3}} e^{-x^2} dx$ $\tau_4 = 0,12282 + 0,77518\tau_3^2 + 0,12279\tau_3^4 - 0,13638\tau_3^6 + 0,11396\tau_3^8$	$\sigma_{MML} = \sqrt{2}\Phi^{-1}\left(\frac{1}{2} + \frac{\hat{\lambda}_2}{2\bar{x}}\right)$ $\mu_{MML} = \ln \bar{x} - 0,5\hat{\sigma}_{MML}^2$
Gumbela (Fishera-Tippeta I typ)	$f_{Gu}(x; \alpha, \mu) = \frac{1}{\alpha} \exp\left[-\frac{(x-\mu)}{\alpha} - e^{-(x-\mu)/\alpha}\right]$ $-\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \alpha > 0$	$\lambda_1 = \mu + \gamma\alpha$ $\lambda_2 = \alpha \ln 2$ $\tau_3 = 0,1699$ $\tau_4 = 0,1504$	$\alpha_{MML} = \frac{\ln 2}{\hat{\lambda}_2}$ $\mu_{MML} = \bar{x} - \gamma\hat{\alpha}_{MML}$ $\gamma = 0,5772 \text{ (stała Eulera)}$
Weibulla (Fishera-Tippeta III typ)	$f_{We}(x; \beta, \delta) = \delta\beta^\delta x^{\delta-1} e^{-\beta x^\delta}$ $x > 0, \beta > 0, \delta > 0$	$\lambda_1 = \Gamma(1 + 1/\delta)\beta$ $\lambda_2 = (1 - 2^{-1/\delta})\Gamma(1 + 1/\delta)\beta$ $\tau_3 = 2 \frac{1 - 3^{-1/\delta}}{1 - 2^{-1/\delta}} - 3$ $\tau_4 = 5 \cdot \frac{2 \cdot 3^{-1/\delta} - 4^{-1/\delta} - 1}{1 - 2^{-1/\delta}} + 6$	$\hat{\delta}_{MML} = -\frac{\ln 2}{\ln(1 - \hat{\lambda}_2 / \bar{x})}$ $\beta_{MML} = \frac{\bar{x}}{\Gamma(1 + 1/\hat{\delta}_{MML})}$
gamma (Pearsona III typu)	$f_{Ga}(x; \alpha, \lambda) = \frac{\alpha^\lambda}{\Gamma(\lambda)} x^{\lambda-1} e^{-\alpha x}$ $x > 0, \alpha > 0, \lambda > 0$	$\lambda_1 = \frac{\lambda}{\alpha}$ $\lambda_2 = \frac{\Gamma(\lambda + 0,5)}{\alpha\sqrt{\pi}\Gamma(\lambda)}$ $\tau_3 = 6I_{1/3}(\lambda, 2\lambda) - 3,$ $I_z(p, q) = \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)} \int_0^z t^{p-1} (1-t)^{q-1} dt$ $\tau_4 = 0,1224 + 0,30115\tau_3^2 + 0,95812\tau_3^4 - 0,57488\tau_3^6 + 0,19383\tau_3^8$	<p>jeżeli <math>0 &lt; t &lt; 0,5</math> to  <math>c = \pi t^2</math> oraz  <math>\lambda_{MML} = \frac{1-0,308c}{c-0,05812c^2+0,01765c^3}</math></p> <p>jeżeli <math>0,5 \leq t &lt; 1</math> to  <math>c = 1-t</math> oraz  <math>\hat{\lambda}_{MML} = \frac{0,7213c-0,5947c^2}{1-2,1817c+1,2113c^2}</math></p> $\alpha_{MML} = \frac{\hat{\lambda}_{MML}}{\bar{x}}$

## 6.4. Wybór testu zgodności

Literatura przedmiotu przedstawia zastosowanie różnych testów zgodności, m.in. testu Kołmogorowa-Smirnowa (Woo i Tarhule 1994, Zelenhasić i Salvai 1987,

Caruso 2000, Zelenhasić 2002, Savoie i in. 2004, Yahiaoui i in. 2009, Galoie i in. 2013, Urošev i in. 2016), testu Andersona-Darlinga (Genest i in. 2009, 2013), testu Cramera-von-Misesa (Urošev i in. 2016), czy testu  $\chi^2$  (Zelenhasić 2002, Tomaszewski 2007b, Jakubowski 2011, Galoie i in. 2013), a także pewnych innych miar jakości dopasowania, takich jak kryterium *MADI* (*mean absolute deviation*, średnie odchylenie bezwzględne) (Yürekli i in. 2005), czy RMSE (*root mean square error*, pierwiastek z średniego odchylenia kwadratowego) (Galoie i in. 2013, Keshtkar 2015).

W niniejszej pracy do oceny jakości dopasowania rozkładu wykorzystano test zgodności Andersona-Darlinga. Statystyka testowa tego testu ma postać (Domański 1990):

$$AD^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) [\ln F(X_{(i)}) + \ln(1-F(X_{(n-i+1)}))] \quad (6.10)$$

gdzie:

$F(\cdot)$  – dystrybuanta testowanego rozkładu,

$X_{(i)}$  –  $i$ -ta wartość uporządkowanej rosnąco próby losowej (tj. czasu trwania lub objętości niżówki maksymalnej),  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Jeżeli w danym przekroju wodowskazowym test zgodności nie odrzucił więcej niż jednego rozkładu, istnieje potrzeba wyboru najlepszego z nich. Najpopularniejszymi kryteriami wyboru są kryterium informacyjne Akaike AIC i kryterium informacyjne Bayesa BIC. Kryteria te nie mogą być stosowane, jeżeli parametry rozkładów estymowane są metodą inną niż największej wiarygodności, dlatego Jakubowski (2011) proponuje wybór tego z rozkładów, dla którego wartość  $p_v$  testu  $\chi^2$  jest największa. W niniejszej pracy za najlepszy rozkład w danym przekroju przyjęto ten, dla którego wartość  $p_v$  testu zgodności Andersona-Darlinga jest największa.

Po dokonaniu wyboru najlepszych rozkładów prawdopodobieństwa czasu  $T_{max}$  trwania i objętości  $V_{max}$  niżówki maksymalnej w poszczególnych przekrojach wodowskazowych, często może okazać się, że w różnych przekrojach wodowskazowych różne rozkłady zostały uznane za najlepsze. W takim przypadku, ze względu na porównywalność wyników, istnieje potrzeba wyboru jednego rozkładu. Dlatego w drugim etapie identyfikacji rozkładu wybierany jest optymalny rozkład dla badanego obszaru. Przyjęto, że jest to rozkład, który wystąpił najczęściej jako najlepszy według testu Andersona-Darlinga w przekrojach wodowskazowych na tym obszarze, a w pozostałych przekrojach rozkład ten przeszedł pozytywnie test Andersona-Darlinga na założonym poziomie istotności ( $\alpha = 5\%$ ).

## 6.5. Wyniki i dyskusja

### 6.5.1. Wstęp

W każdym z 74 przekrojów wodowskazowych, przy założeniu stacjonarności ciągów czasu trwania  $T_{max}$  i objętości  $V_{max}$ , estymowano metodą momentów liniowych parametry jednowymiarowych rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych  $T_{max}$  i  $V_{max}$ . W przypadku występowania lat bez niżówek, zastosowano rozkłady mieszane, dyskretno-ciągłe (zob. równanie 5-1). Prawdopodobieństwo  $p_0$  wystąpienia roku bez niżówki oszacowano jako względną liczbę lat bezniżówkowych w badanym trzydziestoleciu. Ciągłą część rozkładu stanowił najlepszy rozkład spośród pięciu dwuparamet-

trowych rozkładów prawdopodobieństwa: normalny, logarytmiczno-normalny, Gumbela, Weibulla lub gamma. Jakość dopasowania rozkładu badano za pomocą testu Andersona-Darlinga.

### 6.5.2. Estymacja parametrów rozkładów charakterystyk niżówki maksymalnej i wybór rozkładu optymalnego

Ponieważ w pracy identyfikowanych jest 4440 rozkładów prawdopodobieństwa (5 rozkładów x 74 wodowskazy x 2 definicje niżówki maksymalnej x 2 metody wyznaczania niżówki x 3 przepływy graniczne), nie jest możliwe podłączenie tabeli zawierającej wszystkie wyniki estymacji metodą momentów liniowych parametrów przyjętych rozkładów.

Za rozkład najlepszy w danym przekroju wodowskazowym uznano ten, którego wartość  $p_v$  testu Andersona Darlinga jest najwyższa. Szczegółowe wyniki testowania przedstawiono na rys. 6.1, który ilustruje porównawczo jakość dopasowania rozkładów zmiennych  $T_{max}$  i  $V_{max}$  z założonego pakietu rozkładów w 74 przekrojach wodowskazowych wyrażona przez wartości  $p_v$  testu zgodności Andersona-Darlinga.

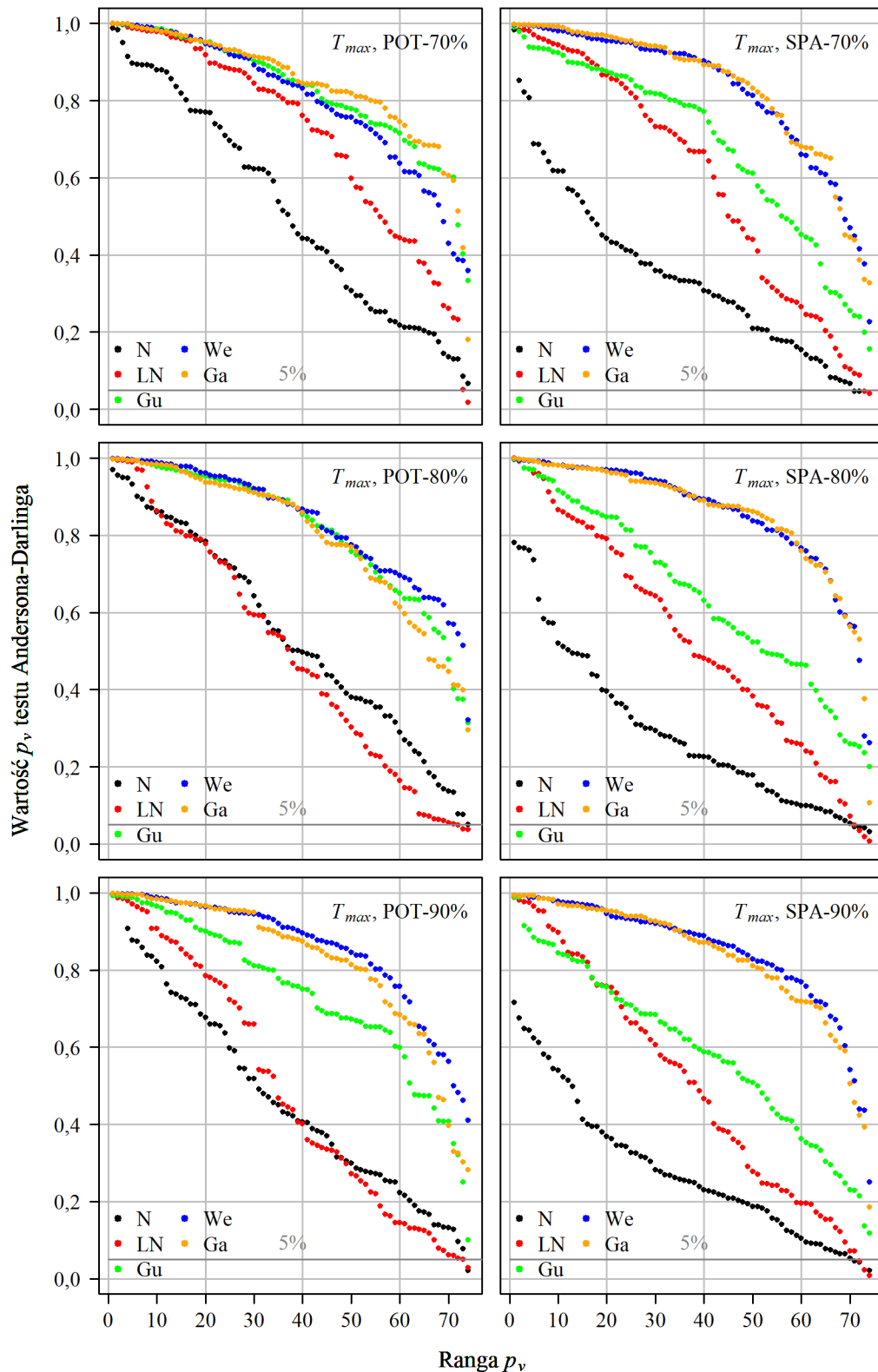
W większości z rozpatrywanych 74 przekrojów wodowskazowych, rozkłady prawdopodobieństwa charakterystyk  $T_{max}$  i  $V_{max}$  niżówek maksymalnych mogą być opisane na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$  każdym z testowanych rozkładów, niezależnie od zastosowanej metody wyznaczenia niżówki i przyjętego przepływu granicznego.

Dwa spośród pięciu rozkładów: rozkłady gamma i Weibulla wykazują wyraźną przewagę praktycznie we wszystkich przypadkach, przede wszystkim dlatego że, w odróżnieniu od pozostałych rozkładów, rozkłady te mogą być we wszystkich przypadkach przyjęte do opisu czasu trwania i objętości niżówki maksymalnej na założonym poziomie istotności.

Przebiegi  $p_v$  dla różnych rozkładów na rys. 6.1 i rys. 6.2 są niezależne od siebie (wartości  $p_v$  dla tej samej rangi dotyczą przeważnie różnych wodowskazów), toteż podana tam informacja wymaga uszczegółowienia. W tabelicy 6.2 zawarty jest ranking rozkładów w wodowskazach, łączący sugerowaną przez treść rys. 6.1 i rys. 6.2 dominację rozkładów Weibulla i gamma.

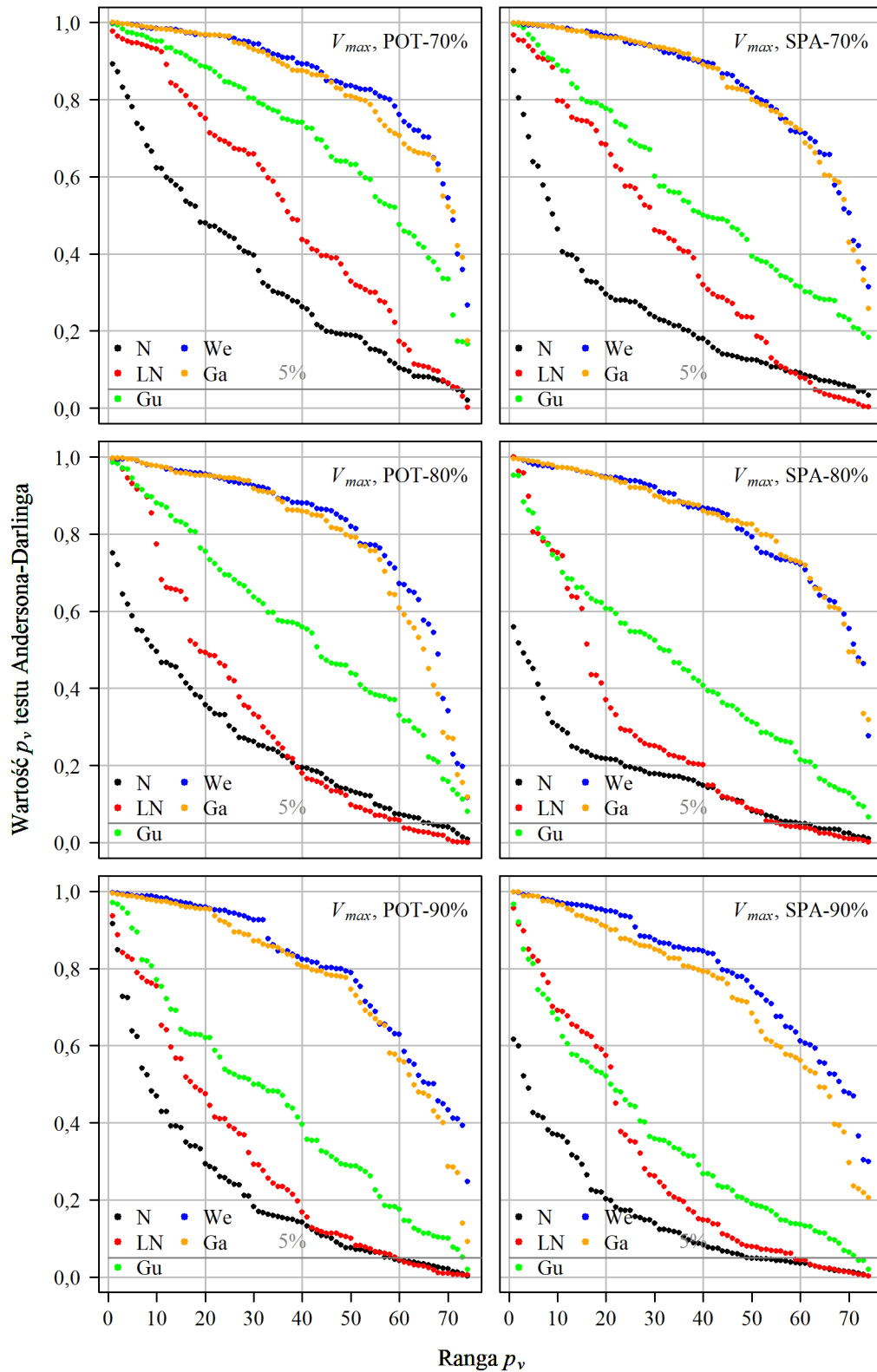
We wszystkich 74 przekrojach wodowskazowych, pozytywny wynik testu Andersona-Darlinga (gdy wartość  $p_v$  jest większa niż 5%) otrzymano dla rozkładów Weibulla i gamma. Rozkład Gumbela nie powinien być przyjęty na poziomie istotności 5% jedynie w czterech przypadkach; dla niżówek maksymalnych  $V_{max}^w$ , przy przepływie granicznym  $Q_{90\%}$ , są to przekroje w zlewni Dunajca: Zakopane Harenda (dla niżówki POT-90%  $p_v = 0,019$  oraz dla SPA-90%  $p_v = 0,020$ ), Nowy Targ (SPA-90%,  $p_v = 0,042$ ) i Czchów (SPA-90%,  $p_v = 0,042$ ). Rozkład normalny nie przechodzi testu Andersona-Darlinga w jednym przekroju wodowskazowym, w przypadku rozważania czasu  $T_{max}^w$  trwania niżówki maksymalnej POT, a w 12 przekrojach (czyli w 5,4% przypadków) dla czasu  $T_{max}^w$  trwania niżówki SPA.

Dla objętości  $V_{max}^w$  niżówek POT rozkład normalny nie powinien być przyjęty w 12,2% przypadków, a niżówek SPA – w 19,4% przypadków. Negatywny wynik testu Andersona-Darlinga stwierdzono w 2,3% przypadków dla czasu  $T_{max}^w$  trwania niżówki maksymalnej POT, w 4,1% – niżówki SPA, a także w 14,0% przypadków objętości niżówki POT i 21,1% niżówki SPA. Sumarycznie najlepszymi rozkładami zmiennych  $T_{max}^w$  i  $V_{max}^w$  są najczęściej rozkłady Weibulla (w 36% przypadków) i gamma (w 35% przypadków) (tablica 6.2 i rys. 6.3).



Rys. 6.1. Rozkład ułożonych malejąco wartości  $p_v$  testu zgodności Andersona-Darlinga pięciu testowanych rozkładów  $T_{max}$  niżówek maksymalnych POT i SPA, dla trzech  $Q_g$ , w 74 przekrojach wodowskazowych (rozkład: N – normalny, LN – lognormalny, We – Weibulla, Gu – Gumbela, Ga – gamma).

Fig. 6.1. Distribution of descending  $p_v$  values of the Anderson-Darling goodness-of-fit test for five tested distribution of  $T_{max}$  of POT and SPA droughts, for three  $Q_g$  values, in 74 gauging cross-sections (distribution: N – normal, LN – lognormal, We – Weibull, Gu – Gumbel, Ga – gamma).

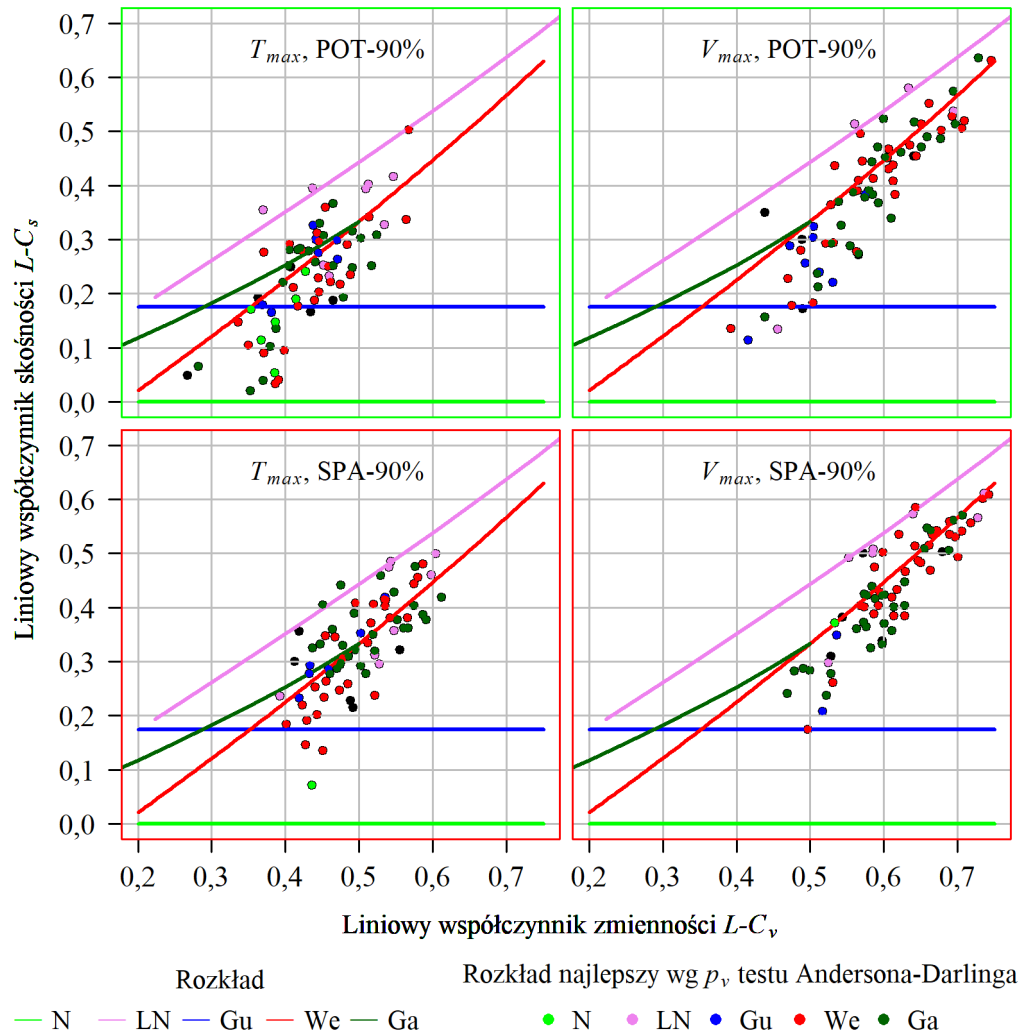


Rys. 6.2. Rozkład ułożonych malejąco wartości  $p_v$  testu zgodności Andersona-Darlinga pięciu testowanych rozkładów  $V_{max}$  niżówek maksymalnych POT i SPA, dla trzech  $Q_g$ , w 74 przekrojach wodowskazowych (rozkład: N – normalny, LN – lognormalny, We – Weibulla, Gu – Gumbela, Ga – gamma).

Fig. 6.2. Distribution of descending  $p_v$  values of the Anderson-Darling goodness-of-fit test for five tested distribution of  $V_{max}$  of POT and SPA droughts, for three  $Q_g$  values, in 74 gauging cross-sections (distribution: N – normal, LN – lognormal, We – Weibull, Gu – Gumbel, Ga – gamma).



Innym sposobem jakościowej oceny dopasowania rozkładów jest wykres teoretycznej zależności liniowego współczynnika skośności  $LC_s$  od liniowego współczynnika zmienności  $LC_v$  (Markiewicz i in. 2015) na tle chmury punktów ( $LC_v$ ,  $LC_s$ ) – empirycznych wartości tych współczynników dla danej próby losowej. Takie wykresy (przykładowe dla niżówek POT-90% i SPA-90%) są zamieszczone na rys. 6.4 dla badanych rozkładów.



Rys. 6.4. Zależność liniowego współczynnika skośności  $L-C_s$  od liniowego współczynnika zmienności  $L-C_v$  dla pięciu testowanych rozkładów prawdopodobieństwa (N - normalny, LN - lognormalny, Gu - Gumbela, We - Weibulla, Ga - gamma) czasu trwania  $T_{max}$  i objętości niżówek maksymalnych POT-90% i SPA-90%, w 74 przekrojach wodowskazowych.

Fig. 6.4. Dependence of the linear coefficient of skewness  $L-C_s$  on the linear coefficient of variation  $L-C_v$  for five tested probability distributions (N - normal, LN - lognormal, Gu - Gumbel, We - Weibull, Ga - gamma) of the duration  $T_{max}$  and volume  $V_{max}$  of the POT-90% and SPA-90% maximum droughts, in 74 gauging cross-sections.

Położenie punktu na linii odpowiadającej danemu rozkładowi lub w jej pobliżu, może wskazywać na najlepsze dopasowanie tego rozkładu do serii danych.

Na większości wykresów punkty układają się najczęściej w pobliżu linii odpowiadających rozkładowi Weibulla lub gamma, co silnie wspiera poprzednią sugestię, że rozkłady te najlepiej opisują  $T_{max}$  i  $V_{max}$ .